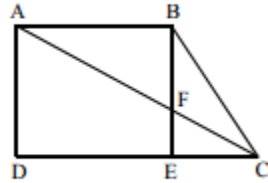


עבודת קיץ למסיימי כיתה י', 4 יח"ל

גיאומטריה במישור

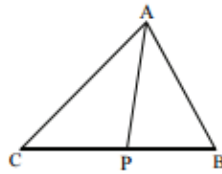
1.

לפניך טרפז ישר-זווית ABCD ($\angle ADC = 90^\circ$, $AB \parallel DC$).



- . BE הוא הגובה לבסיס DC
- האלכסון AC חוצה את הזווית BCD, וחותך את הגובה BE בנקודה F.
- נתון: $\frac{BC}{EC} = 2$, $S_{EFC} = 4$ סמ"ר.
- א. חשב את שטח המשולש ABF.
- ב. חשב את שטח המלבן ABED.

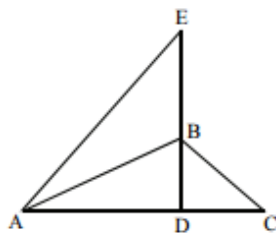
2.



- בציור שלפניך נתון: $AB = 12$ ס"מ, $AC = 15$ ס"מ, $CP = 10$ ס"מ, $PB = 8$ ס"מ.
- א. הוכח: AP חוצה את הזווית BAC.
- ב. הוכח: $\triangle ABP \sim \triangle CBA$.
- ג. חשב את אורך הקטע AP.

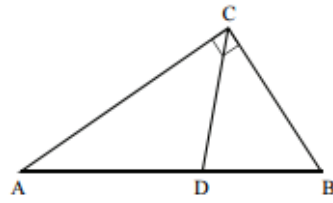
תשובה: ג. 10 ס"מ.

3.



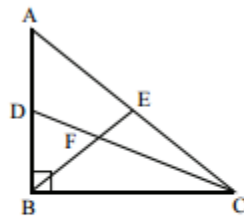
- במשולש ABC, הגובה לצלע AC הוא BD. נקודה E נמצאת על המשך הגובה BD, כך ש-AB חוצה את הזווית EAC (ראה ציור).
- נתון: $\angle BCA = 2 \cdot \angle BAC$.
- א. הוכח: $BC \cdot ED = BD \cdot EA$.
- ב. היעזר בנתונים ובסעיף א', והוכח: $BC \cdot ED = AD \cdot BE$.

4.



- במשולש ישר-זווית ACB ($\angle ACB = 90^\circ$)
 CD חוצה-זווית ACB (ראה ציור).
 א. הוכח: $DB \cdot AC = BC \cdot AB - BC \cdot DB$.
 (2) נתון: $BC = 21$ מ"מ, $AC = 28$ מ"מ.
 חשב את האורך של הקטע DB .
 ב. מקדקוד C מורידים אנך ליתר AB .
 האנך חותך את היתר
 בנקודה N . הוכח כי $\frac{CN}{AC} = \frac{BC}{AB}$.
 ג. חשב את האורך של הקטע DN .
- תשובה:** א. (2) 15 מ"מ. ג. 2.4 מ"מ.

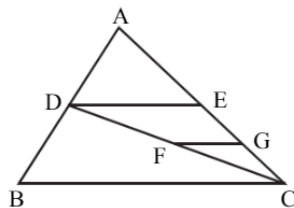
5.



- משולש ABC הוא משולש ישר-זווית
 ($\angle ABC = 90^\circ$). BE הוא תיכון לצלע AC ,
 ו- CD הוא תיכון לצלע AB .
 התיכונים BE ו- CD נחתכים בנקודה F .
 א. חשב את היחס $\frac{FB}{AC}$.
 ב. חשב את היחס בין היקף המשולש BFC
 להיקף המשולש EFD .
 ג. נתון גם כי הנקודה M היא אמצע הקטע FC , והנקודה N היא אמצע
 הקטע FB . הוכח כי המרובע $DEM N$ הוא מקבילית.

תשובה: א. $\frac{1}{3}$. ב. 2.

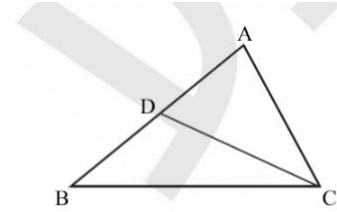
6.



- DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC .
 GF הוא קטע אמצעים במשולש DEC .
 א. נתון: $BC = 12$ ס"מ.
 חשב את אורך הקטע GF .
 ב. הוכח: $AC = 4GE$.
- תשובה:** א. 3 ס"מ.

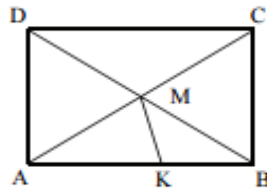
טריגונומטריה במישור

1.



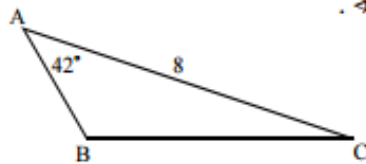
CD הוא התיכון לצלע AB במשולש ABC. נתון: $AB = 6$ ס"מ, $BC = 7$ ס"מ, $CD = 5$ ס"מ.
 א. חשב את הזווית B.
 ב. חשב את אורך הצלע AC.
תשובה: א. 38.21° . ב. 4.359 ס"מ.

2.



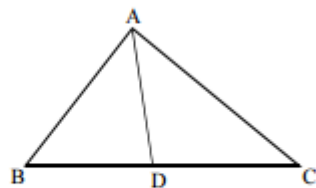
במלבן ABCD נתון: $AB = 8.4$ ס"מ, $AC = 10$ ס"מ, $AM = AK$.
 חשב את אורך הקטע MK.
תשובה: 2.828 ס"מ.

3.



במשולש ABC נתון: $AC = 8$ ס"מ, $\angle A = 42^\circ$.
 והצלע BC ארוכה ב-5 ס"מ מהצלע AB.
 א. חשב את אורך הצלע BC.
 ב. BD הוא תיכון לצלע AC.
 חשב את שטח המשולש BCD.
תשובה: א. 6.782 ס"מ. ב. 2.385 סמ"ר.

4.



AD הוא חוצה-זווית A במשולש ABC (ראה ציור). נתון: $\angle BAC = 50^\circ$, $BD = 4$ ס"מ, $DC = 5$ ס"מ.
 א. מצא את היחס בין הצלע AC לצלע AB.
 ב. מצא את אורך הצלע AB.
תשובה: א. 5:4. ב. 9.207 ס"מ.

גיאומטריה אנליטית

1.

במשולש ABC משוואת הצלע BC היא $y = \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$. נתון: A(-1;11).
AD הוא הגובה לצלע BC. מצא את שיעורי הנקודה D.

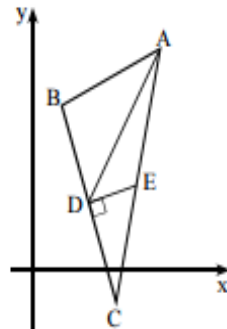
תשובה: (1;3).

2.

במשולש ABC משוואת הגובה לצלע AB היא $y = 2x - 5$ ומשוואת הגובה לצלע AC היא $3y - x = 0$.
אחד מקדוקדי המשולש הוא בנקודה (13;-9).
א. איזה מקדוקדי המשולש הוא בנקודה (13;-9)?
ב. מצא את שני הקדוקדים האחרים של המשולש.

תשובה: א. A. ב. B(-3;-1), C(7;9).

3.

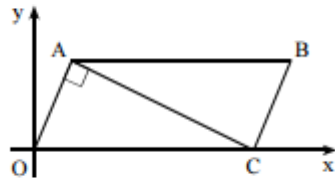


במשולש ABC DE הוא אנך אמצעי לצלע BC.
משוואת התיכון AD היא $y = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$.
משוואת DE היא $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.
משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$.
מצא את שיעורי הקדוקדים A, B ו-C.

תשובה: C(3;-1), B(1;5), A(5;7).

4.

נתונה מקבילית OABC. קדקוד O בראשית הצירים. משוואת הצלע AB היא $y = 4$. נתון: $\angle OAC = 90^\circ$, $C(10;0)$.



- א. מצא את השיעורים של הקדקוד A (רשום את שתי האפשרויות).
 ב. חשב את שטח המקבילית, עבור כל אחת מהאפשרויות שמצאת בסעיף א'.

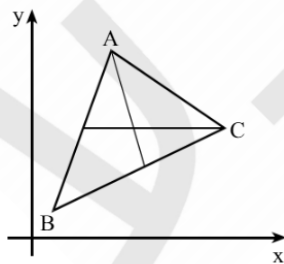
תשובה: א. $(2;4)$ או $(8;4)$. ב. 40 יח"ר או 40 יח"ר.

5.

- קדקודי המרובע ABCD הם: $D(5;4)$, $C(11;1)$, $B(12;4)$, $A(8;6)$.
 א. הוכח שהמרובע הוא טרפז.
 ב. חשב את אורך הגובה היורד מקדקוד A לצלע DC.
 ג. חשב את שטח הטרפז.

תשובה: ב. $\sqrt{9.8}$. ג. 17.5.

6.



- קדקודי משולש הם: $C(19;8)$, $B(1;2)$, $A(7;14)$.
 א. מצא את משוואת התיכון לצלע AB.
 ב. מצא את משוואת התיכון לצלע BC.
 ג. מצא את נקודת החיתוך בין שני התיכונים שמצאת בסעיפים א' ו-ב'.

תשובה: א. $y = 8$. ב. $y = -3x + 35$. ג. $(9;8)$.

חשבון דיפרנציאלי (פולינומים)

1.

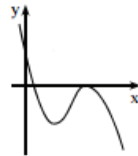
לגרף הפונקציה $y = ax^2 + 1$ מעבירים משיק בנקודה $x = 1$.
 א. הבע באמצעות a את משוואת המשיק.
 ב. המשיק שמצאת בסעיף א' חותך את ציר ה- x בנקודה שבה $x = 2$.
 מצא את a .

תשובה: א. $y = 2ax + 1 - a$. ב. $-\frac{1}{3}$.

2.

נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 15x^2 - 63x + 49$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
 ב. הראה שאחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x היא $(1; 0)$.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה ולציר ה- x ?

תשובות:



א. תחום הגדרה: כל x .
 נקודות קיצון: $(3; -32)$ מינימום, $(7; 0)$ מקסימום.
 עלייה: $3 < x < 7$; ירידה: $x > 7$ או $x < 3$.
 נקודת חיתוך: $(0; 49)$.
 ד. בשתי נקודות.

3.

נתונה הפונקציה $y = x^4 - 4x^2$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, נקודות חיתוך עם הצירים.
 ב. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 ג. מצא לאילו ערכים של k , הפונקציה חותכת את הישר $y = k$:
 (1) ב-4 נקודות. (2) ב-3 נקודות. (3) ב-2 נקודות. (4) באף נקודה.

תשובות:

א. תחום הגדרה: כל x . נקודות קיצון: $(\sqrt{2}; -4)$ מינימום, $(0; 0)$ מקסימום, $(-\sqrt{2}; -4)$ מינימום. נקודות חיתוך: $(2; 0)$, $(0; 0)$, $(-2; 0)$.
 ב. חיוביות: $x > 2$ או $x < -2$, שליליות: $-2 < x < 2$, $x \neq 0$.
 ג. (1) $-4 < k < 0$. (2) $k = 0$. (3) $k > 0$ או $k = -4$. (4) $k < -4$.

4.

נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 4)^3$.

- א. מצא את הנקודות שבהן מתאפסת הנגזרת של הפונקציה וקבע עבור כל אחת מהן אם היא מינימום או מקסימום או שאינה נקודת קיצון.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

תשובות:

- א. אינה קיצון, $(-2; 0)$ אינה קיצון, $(0; -64)$ מינימום.
 ב. עלייה: $x > 0$, ירידה: $x < 0$.

5.

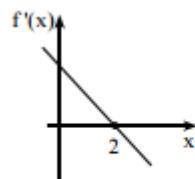
לפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} - x^2 + mx + 10$ יש נקודת קיצון ב- $x = 1$.
 א. מצא את m .

- ב. מצא את נקודות המקסימום והמינימום של הפונקציה, ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

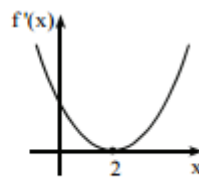
ג. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) - 13 = 0$.

6.

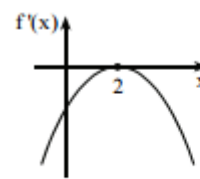
- ∴ לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת קיצון אחת והיא נקודת מקסימום ב- $x = 2$.
 א. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x < 2$?
 ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



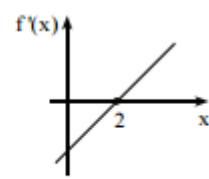
גרף 1



גרף 2



גרף 3

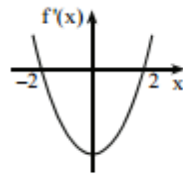


גרף 4

תשובות:

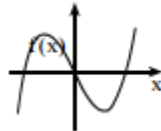
- א. חיובי. ב. גרף 1.

7.



- בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.
- א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.
- ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.
- ג. נתון גם: $f(0) = 0$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות:



ג.

- א. עלייה: $x < -2$ או $x > 2$,
ירידה: $-2 < x < 2$.
- ב. $x = -2$ מקסימום, $x = 2$ מינימום.

בעיות ערך קיצון

1.

הסכום של שני מספרים חיוביים הוא 24. מה צריכים להיות שני המספרים, כדי שמכפלת אחד מהם בריבוע של האחר תהייה מקסימלית?

פתרון:

8 ו-16

2.

מהי התוצאה הגדולה ביותר שאפשר לקבל אם מחסרים ממספר את ריבועו?

פתרון:

0.25