

## עבודת קיץ לקראת כיתה י' 5 יח"ל

תלמידים יקרים,

מצורפת עבודה המסכמת את החומרים שנלמדו בכיתה ט' בקבוצת המצוינות בתשפ"א.

אנו ממליצות להכין את העבודה בתחילת החופש, כאשר הנושאים שנלמדו עדיין זכורים היטב.

לקראת סוף החופש, כדאי לחזור שוב ולהיזכר.

את העבודה יש להגיש בתחילת כיתה י', בתחילת שנה"ל הבאה.

במהלך השבועיים הראשונים ייערך מבחן שיכלול תרגילים מתוך העבודה (ייתכנו שינויי מספרים) או תרגילים הדומים לתרגילים בעבודה.

בהצלחה וחופשה מהנה!

גיתית ועדי 😊

### טכניקה אלגברית

1. צמצום שברים אלגבריים - צמצמו את הביטויים הבאים באמצעות פירוק לגורמים (הוצאת גורם משותף, נוסחאות כפל מקוצר וטרינום).

א.  $\frac{m^2+m}{m^2-1} =$

ב.  $\frac{k^2+4k+4}{3k+6} =$

ג.  $\frac{2b^2-72}{b^2-7b+6} =$

ד.  $\frac{m^2+8m-20}{m^2-4m+4} =$

ה.  $\frac{a^3-a}{a^2-2a+1} =$

ו.  $\frac{k^3-6k^2-16k}{k^3-4k} =$

ז.  $\frac{(a^2+2a)(a-1)}{(a-2)(a^2+a-2)} =$

### פתרונות:

$$\frac{a}{a-2} \text{ (ז)} \quad \frac{k-8}{k-2} \text{ (י)} \quad \frac{a(a+1)}{a-1} \text{ (ה)} \quad \frac{m+10}{m-2} \text{ (ד)} \quad \frac{2(b+6)}{b-1} \text{ (ג)} \quad \frac{k+2}{3} \text{ (ב)} \quad \frac{m}{m-1} \text{ (א)}$$

2. כפל וחילוק שברים אלגבריים - כפלו וחלקו את השברים הבאים, וצמצמו ככל שניתן.  
זכרו לכתוב תחום הצבה.

$$\text{א. } \frac{p^2-4}{p+2} \cdot \frac{p+3}{p-2} =$$

$$\text{ב. } \frac{4-m^2}{m^2+3m+2} \cdot \frac{m+1}{m^2-4m+4} =$$

$$\text{ג. } \frac{p^2-2p-3}{p^2+3p-18} \cdot \frac{p^2+11p+30}{p^2+6p+5} =$$

$$\text{ד. } \frac{a^3+a^2-2a}{a^2-1} \cdot \frac{5a+5}{a^2+4a+4} =$$

$$\text{ה. } \frac{a}{a^2+2a} : \frac{a}{3a+6} =$$

$$\text{ו. } \frac{6a+2}{2a-6} : \frac{1}{5a-15} =$$

$$\text{ז. } \frac{a^3-9a}{a^2+7a+12} : \frac{a^2-6a+9}{4a+16} =$$

### פתרונות:

$$\frac{4a}{a-3} \text{ (ז)} \quad 15a + 5 \text{ (י)} \quad \frac{3}{a} \text{ (ה)} \quad \frac{5a}{a+2} \text{ (ד)} \quad 1 \text{ (ג)} \quad -\frac{1}{m-2} \text{ (ב)} \quad p + 3 \text{ (א)}$$

3. פתרון משוואות ריבועיות - פתרו את המשוואות הריבועיות בדרך היעילה ביותר.  
זכרו לכתוב תחום הצבה.

$$\text{א. } x^2 - 11x - 42 = 0$$

$$\text{ב. } 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$\text{ג. } 3(x-4)(x-3) = x^2 - 9$$

$$\text{ד. } (2x-1)(x-5) = (3x+4)(2-x) - 11$$

$$\text{ה. } x(2x-1) - 3(x-5) = (3x-1)(2+x) - 5$$

$$\text{ו. } \frac{3}{x+3} + \frac{2}{x+2} = 2$$

$$\text{ז. } \frac{3}{x+3} + \frac{4}{x-2} = \frac{6}{(x+3)(x-2)}$$

$$\text{ח. } \frac{8}{x^2-25} + \frac{2x+2}{x+5} = \frac{x-4}{x-5}$$

$$\text{ט. } \frac{x}{2x-8} + \frac{32}{16-x^2} = \frac{4}{3x+12}$$

$$\text{י. } \frac{2-x}{x^2+8x+16} + \frac{13-x}{3x+12} = 1$$

$$\text{יא. } \frac{x+3}{3x+3} + \frac{x+2}{2x+2} = \frac{2}{x^2+2x+1}$$

$$\text{יב. } \frac{6}{x+4} = \frac{x}{x+2} + \frac{9}{x^2+6x+8}$$

$$\text{יג. } \frac{1}{x+2} + \frac{3x+5}{x^2-x-6} + \frac{2x+4}{x^2-3x} + \frac{1}{x^2+2x} = 0$$

$$\text{יד. } \frac{4}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-5x+6} = \frac{2}{x^2-4x+3}$$

$$\text{טו. } \frac{x+11}{x^2-9} - \frac{2x-6}{x^2-6x+9} = \frac{x^2-2x-15}{x^2+6x+9}$$

$$\text{טז. } \frac{x^2+2x}{x^2+3x} + \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9} = \frac{6}{x^2-9}$$

### פתרונות:

(א) -3,14 (ב) 0.5,3 (ג) 3,7.5 (ד) 1,1.6 (ה) 2, -11 (ו) 0, -2.5 (ז) 0 (ח) 3,6 (ט)  $-8,6\frac{2}{3}$  (י)  $-5, \frac{1}{2}$  (יא) 0, -3.4 (יב) -1,3 (יג)  $-1, -\frac{5}{6}$  (יד) אין פתרונות (טו) 5,2 (טז) 2

4. אי-שוויונות ריבועיים - פתרו את אי-השוויונות הבאים.

$$5x^2 - (2x+2)^2 > 52 - 8(x-1)^2$$

$$19 - 2(x-3)^2 < x^2 - 2(2+x)$$

$$(3x-8)^2 - (3+x)^2 \geq 1+3x$$

### פתרונות:

$$x > 4, x < -\frac{4}{3} \quad (\text{א})$$

$$x > 5, x < -\frac{1}{3} \quad (\text{ב})$$

$$x \geq 6, x \leq 1\frac{1}{8} \quad (\text{ג})$$

## בעיות מילוליות

5. נתון מספר. אם מוסיפים לו 1 ומעלים את התוצאה בריבוע, מקבלים מספר הגדול ב-31 מהמספר הנתון. מצא את המספר הנתון.

תשובה סופית:

5 או 6-.

6. מצא שני מספרים שסכומם 13 וסכום ריבועיהם הוא 97. כמה זוגות של מספרים כאלו קיימים?

תשובה סופית:

4 ו-9. (רק זוג אחד).

7. היקפו של מלבן הוא 56 ס"מ ואורך האלכסון במלבן הוא 20 ס"מ. מצא את מידות המלבן.

תשובה סופית:

12 ס"מ ו-16 ס"מ.

8. שטחו של מלבן הוא 54 סמ"ר. אם מגדילים צלע אחת בס"מ אחד ומקטינים את הצלע הסמוכה לה ב-2 ס"מ מתקבל ריבוע. מצא את מידות המלבן.

תשובה סופית:

6 ס"מ ו-9 ס"מ.

## פונקציות

9. א. מצאו משוואת ישר ששיפועו 1- והעובר בנקודה (2,-9).  
ב. מצאו משוואת ישר המקביל לישר בסעיף א', והעובר בנקודה (3,12).

10. נתונה הפונקציה:

$$f(x) = x^2 - 5x + 6$$

1. חשבו את נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים
2. חשבו את קודקוד הפרבולה
3. שרטטו את גרף הפונקציה במערכת צירים
4. מצא את משוואת הישר העובר דרך קודקוד הפרבולה וראשית הצירים.
5. מצא את שטח המשולש העובר בנקודות הבאות: קודקוד הפרבולה, נקודת החיתוך של הישר עם ציר ה-Y, ראשית הצירים.
6. חשבו את  $f(1)$
7. האם הנקודה (1,2) נמצאת על גרף הפונקציה? נמקו
8. רשמו עבור אילו ערכי x הפונקציה חיובית/שלילית
9. רשמו עבור אילו ערכי x הפונקציה עולה/יורדת
10. עבור אילו ערכי  $f(x)=5$  ?
11. כמה נקודות חיתוך יש לפונקציה  $f(x)$  ולישר  $y=5$ ?
12. בטאו באמצעות a את  $f(a)$
13. הוסיפו לשרטוט את  $f(x)+3$
14. האם  $f(x+4)=f(x)+4$  ? נמקו

11. נתונה פונקציה  $f(x)$  המוגדרת בתחום  $0 \leq x \leq 5$ .

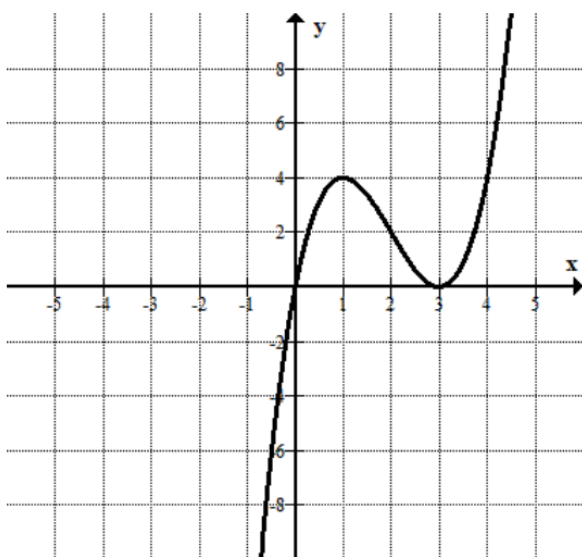
לפונקציה יש קיצון בנקודות (1, 6) ו-(4, 0)

הפונקציה יורדת בתחום  $1 < x < 4$  ועולה בתחום  $0 < x < 1$  או  $x > 4$

1. קבעו את סוג הקיצון בנקודה (1, 6) ובנקודה (4, 0).
2. נתון גם כי  $f(0) = 0$ . שרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה.
3. כמה פתרונות למשוואה  $f(x) = -4$  ? נמקו.
4. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) - n$ . מה צריך להיות ערכו של n כדי שלמשוואה  $g(x) = 0$  יהיו 3 פתרונות? נמקו.

12.

נתון גרף הפונקציה  $f(x)$ .



1. השלימו:  $f(x) = 4$  כאשר  $x = \underline{\hspace{2cm}}$

2. רשמו את התחום בו  $f(x) > 0$

3. רשמו את התחום שבו הפונקציה עולה וגם שלילית.

4. רשמו שני ערכים מתאימים ל-  $n$  שעבורם למשוואה  $f(x) = n$  יש 3 פתרונות.

5. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) + 1$ . רשמו את שיעורי נקודות הקיצון של הפונקציה  $g(x)$ .

13. גרף הפונקציה  $h(x)$  נוצר על ידי הזזת הפונקציה  $f(x) = x^2$ .

נקודות האפס של הפונקציה (נקודות חיתוך עם ציר ה- $x$ ) הן  $(2,0)$  ו-  $(8,0)$

קדקוד הפרבולה  $h(x)$  מונח על הישר  $y = -9$ .

a. מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה  $h(x)$ ?

b. רשמו את משוואת הפרבולה  $h(x)$ .

c. שרטטו את גרף הפונקציה  $h(x)$ .

d. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $h(x)$ .

e. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

f. בכמה יחידות יש להזיז את הפרבולה  $h(x)$  כלפי מעלה, כדי שתתקבל

פרבולה שיש לה נקודת אפס אחת? מהם שיעורי נקודת האפס הזו?

14.

נתונים הגרפים של הפונקציות:

$$g(x) = -x^2 + 5x, \quad f(x) = x^2 - 7x + 10$$

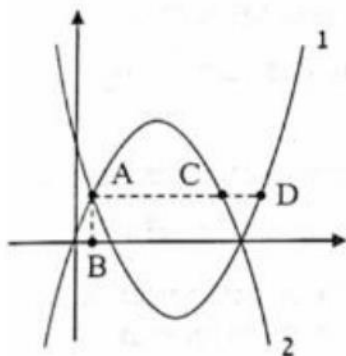
א. קבעו איזה מהגרפים מתאים לכל אחת מהפונקציות.

ב. הפרבולות נחתכות בנקודה A ברביע הראשון. מהנקודה A מעבירים שני ישרים המקבילים לצירים כמתואר בשרטוט. השלימו את שיעורי הנקודות:

$$D(\_, \_), C(\_, \_), B(\_, \_), A(\_, \_)$$

ג. השלימו: בתחום \_\_\_\_\_ מתקיים:  $f(x) < 0$ .

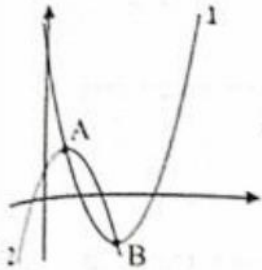
ד. השלימו: בתחום \_\_\_\_\_ מתקיים:  $f(x) < g(x)$ .



### תשובות:

5 א. גרף 2:  $f(x)$ . גרף 1:  $g(x)$ . ב.  $A(1,4), B(1,0), C(4,4), D(6,4)$ . ג.  $2 < x < 5$ . ד.  $1 < x < 5$ .

15.



נתונים הגרפים של הפונקציות:  $f(x) = x^2 - 8x + 14$ ,  $g(x) = -(x-2)^2 + 2$ .

- קבעו איזה מהגרפים מתאים לכל אחת מהפונקציות.
- מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B, בהן נחתכות הפרבולות, כמתואר בשרטוט.
- מצאו את משוואת הישר AB.
- פתרו את אי השוויון:  $x^2 - 8x + 14 < -(x-2)^2 + 2$ .

ה. עבור כל אחד מההיגדים הבאים הקיפו בעיגול אם הוא נכון או לא נכון:

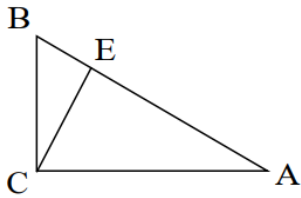
- הישר  $y=1$  חותך כל אחת מהפונקציות בשתי נקודות. נכון / לא נכון
- המרחק בין צירי הסימטריה של הפרבולות הוא 2 יח' אורך. נכון / לא נכון

### תשובות:

4 א. גרף 1:  $f(x)$ . גרף 2:  $g(x)$ . ב.  $A(2,2), B(4,-2)$ . ג.  $y = -2x + 6$ . ד.  $2 < x < 4$ .  
ה. (1) נכון. (2) נכון.

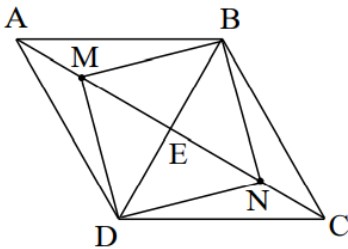
גיאומטריה

.16



- במשולש ישר הזווית  $\triangle ABC$  הישר  $CE$  הוא הגובה ליתר  $AB$ .  
 נתון:  $\angle ACE = 60^\circ$ .  
 א. חשבו את הזוויות  $\angle CAE$  ו- $\angle CBE$ .  
 ב. הסבירו מדוע מתקיים:  $BC = 2BE$ .  
 ג. הוכיחו:  $AE = 3BE$ .

.17



- נתון המעוין  $ABCD$  שאלכסונו נחתכים בנקודה  $E$ .  
 הנקודות  $M$  ו- $N$  נמצאות על האלכסון  $AC$ .  
 הנקודה  $E$  היא אמצע הקטע  $MN$ .  
 א. הסבירו מדוע המרובע  $MBND$  הוא מקבילית.  
 ב. נתון:  $\angle BNE = 45^\circ$ . הוכיחו:  
 1.  $BE = NE$

ג. נתון:  $\angle BAE = 30^\circ$ . נסמן:  $NE = m$ .

הקיפו את התשובה המתאימה להיות היקף המעוין  $ABCD$ .

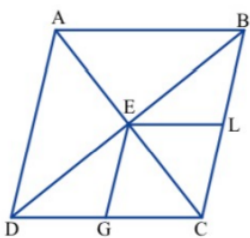
8m<sup>2</sup> .iv

4m<sup>2</sup> .iii

8m .ii

4m .i

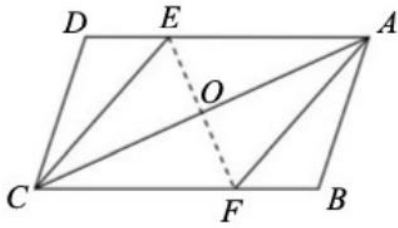
.18



- נכון  
 ABCD מעוין  
 EL תיכון לצלע BC  
 ER תיכון לצלע DC  
 לא נכון  
 ELCR מעוין

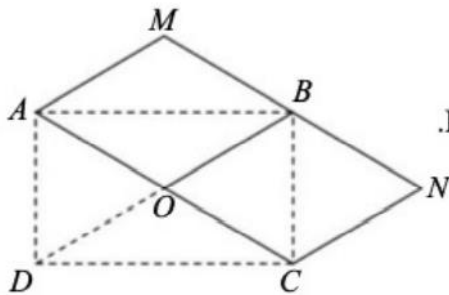


19.



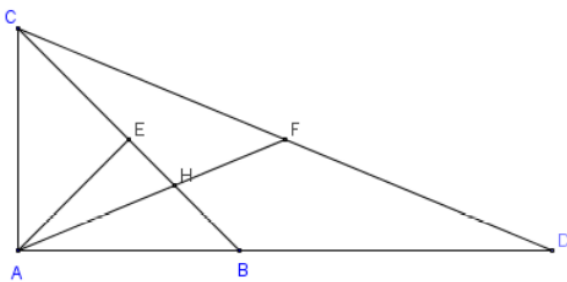
הנקודות E ו-F נמצאות על צלעות המקבילית ABCD  
 כך שמתקיים:  $\angle BCE = 2 \cdot \angle DCE$ ,  $\angle DAF = 2 \cdot \angle BAF$ .  
 הקטע EF והאלכסון AC נחתכים בנקודה O.  
 א. הוכח:  $OE = OF$ .  
 ב. נתון:  $\angle AEO = \angle AFO$ . הוכח: AECF מעוין.  
 ג. נתון:  $EF = 6$  ס"מ,  $AE = 5$  ס"מ. חשב את אורך AC.

20.



המקבילית AMNC מורכבת מהמעוינים AMBO ו-CNBO.  
 א. הוכח:  $AB \perp BC$ .  
 ב. המשיכו את הישר BO עד הנקודה D כך שמתקיים:  $BO = DO$ .  
 הוכח: המרובע ABCD הוא מלבן.

21.



ACD משולש ישר זווית.  $\angle A = 90^\circ$ .  
 AF תיכון ליתר DC  
 AE תיכון ליתר CB  
 $AC = AB$ ,  $CB = BD$   
 הוכיחו:  
 א.  $EF \parallel AD$   
 ב.  $BF \perp CD$   
 ג. AH חוצה זווית EAB  
 ד.  $\triangle EAH \sim \triangle FDB$