



חוברת משימות לקיץ – בוגרות ובוגרי 5 יחידות מתמטיקה כיתה י' תשפ"א

לפניכם אוסף משימות לתקופת חופשת הקיץ לבוגרות ובוגרי כיתה י' ברמת 5 יחידות לימוד.

מטרתו של אוסף משימות זה הוא לאפשר לכם להגיע מוכנים לשנת יא' בלימודי המתמטיקה בקבוצה. אנו רואים חשיבות גדולה בעשייה רצינית ועצמאית של המשימות ומניסיון העבר אנו יודעים כי התייחסות שכזו לעבודה מובילה להצלחות.

על המשימות יש לענות בדפי משבצות נפרדים באופן מסודר וקריא ולהגיש למורה בכיתה בתחילת שנה. נציין כי אירוע הערכה ראשון בשנת הלימודים הבאה יהיה מבוסס על העבודה ויתקיים בימי הלימוד הראשונים.

האוסף כולל משימות בנושאים אותם למדנו ותרגלנו השנה. בהצלחה וחופשה מהנה ובטוחה

חלק א' – טכניקה אלגברית – אנו רואים חשיבות משמעותית לשליטה בטכניקה אלגברית

1. בכל סעיף, פתרו את אי-השוויון הנתון (הציגו את דרך הפתרון)

$-x^2 - 7x > 12$	$x^2 + 36x > 0$	$x^2 - 9x - 22 < 0$
$x^4 + 13x^3 + 30x^2 > 0$	$(x - 1)(x + 5)(x - \pi) < 0$	$\frac{x^2 - 25}{x^2} < 0$

2. פתרו את המשוואות הבאות. שימו לב לתחום ההצבה. (משוואות עם מכנים)

$\frac{x + 5}{5x - 15} - \frac{6}{x + 1} = \frac{2}{x - 3} - 1$	$\frac{1}{x} - \frac{2}{3x} = \frac{1}{6}$
$\frac{2x + 1}{2x - 3} - \frac{7x}{4x^2 - 9} = 1 + \frac{x - 4}{2x + 3}$	$x - \frac{6}{x - 2} = 3$
$\frac{x - 3}{2x - 10} - \frac{9x + 57}{10x + 50} = \frac{x - 7}{x^2 - 25}$	$\frac{3x + 2}{x - 1} = \frac{3x - 5}{x + 2}$
$\frac{x^2}{x + 5} = \frac{25}{x + 5}$	$\frac{9}{(x - 2)^2} + \frac{3}{x - 2} = 2$
$\frac{x + 4}{2x + 14} + \frac{x + 4}{2x + 2} = \frac{9}{x^2 + 8x + 7}$	



3. פתרו את המשוואות הבאות. שימו לב לתחום ההצבה. (משוואות עם שורשים)

$2\sqrt{x} + 4 = 0$	$\sqrt{x} - 4 = 0$	$\sqrt{4x - 8} = 0$
$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = 1$	$\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+2} = 0$	$x + 3\sqrt{2-x} = 4$
$(\sqrt{x} - 3)^2 = 1$		

חלק ב' – אנליזה – שזה אומר, חקירת פונקציות...

4. חקרו לפחות ארבע מבין הפונקציות הבאות על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות חיתוך עם הצירים. ג. נקודות קיצון וסוגן. ד. תחומי עליה וירידה.
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. סקיצה של הפונקציה

$f(x) = \frac{x+2}{x^2}$	$f(x) = \frac{9-x^2}{x^2+1}$	$f(x) = \frac{2x^3}{x^2-3}$
$f(x) = 1 - \frac{x^2+x+7}{x^2+8}$	$f(x) = -\frac{1}{x^2+4x+4}$	$f(x) = 3 + \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}$

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{36-x^2}{x^2+4}$

(1) קבעו האם הפונקציה זוגית או אי-זוגית, יש לנמק

(2) חקרו את הפונקציה $f(x)$ על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה. ב. נקודות חיתוך עם הצירים. ג. נקודות קיצון וסוגן. ד. תחומי עליה וירידה. ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים. ו. סקיצה של הפונקציה

(3) מצאו עבור אילו ערכי k יהיו למשוואה $f(x) = k$

i. אפס פתרונות

ii. פתרון יחיד

iii. שני פתרונות



חברת משימות לקיץ – בוגרות ובוגרי 5 יחידות מתמטיקה כיתה י' תשפ"א

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2-p}{x^2-x}$ (פרמטר שונה מאפס)

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית יחידה עבור $x = 0$

(1) מצאו את ערכו של הפרמטר p , יש להדגים את תהליך הפתרון

(2) הציבו $p = 1$ וחקרו את הפונקציה על פי השלבים הבאים:

א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים ו. **סקיצה של הפונקציה**

(3) הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x + m)$, נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש

אסימפטוטה אנכית יחידה כאשר $x = 5$. מצאו את ערכו של m

(4) הגדירו פונקציה חדשה: $h(x) = |f(x)|$ (ערך מוחלט)

i. שרטטו את גרף הפונקציה $h(x)$

ii. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$, נמקו.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-2t}{x^2}$ (פרמטר חיובי)

חקרו את הפונקציה $f(x)$ על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים ו. **סקיצה של הפונקציה**

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+5}{x+2}$,

מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה בה $x = 1$

9. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+2}{x-7}$

מצאו את משוואות המשיקים לפונקציה המקבילים לישר $y = -x$



10. חקרו כל פונקציה על פי הסעיפים הבאים

א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה
ה. סקיצה של הפונקציה

$f(x) = \sqrt{-x^2 + 8x - 15}$	$f(x) = x - \sqrt{8x}$	$f(x) = \sqrt{x} - x$
	$f(x) = x^3\sqrt{x+7}$	$f(x) = x\sqrt{3-x}$

11. שיפוע הישר המשיק לפונקציה $f(x) = x - b\sqrt{x}$ בנקודה בה $x = 4$ הוא -1

(1) מצאו את ערכו של הפרמטר b

(2) הציבו $b = 8$ וחקרו את הפונקציה $f(x)$ על פי השלבים הבאים:

א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה
ה. סקיצה של הפונקציה

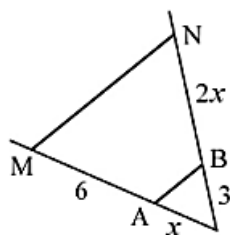
(3) נקודת הקיצון הפנימית ושתי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים יוצרות משולש. קבעו האם זהו משולש ישר זווית, נמקו.

חלק ג' – גיאומטריה – והינה הגיע הכיף 😊

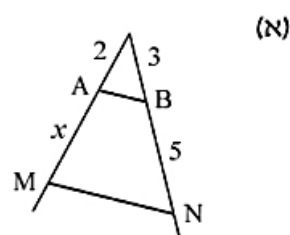
יש לענות על לפחות 11 תרגילים מתוך התרגילים 1-17 ולפחות 2 מכל עמוד

1.

בכל אחד מהסעיפים (א) – (ו) מסורטטת זווית הנחתכת על-ידי שני ישרים מקבילים: $AB \parallel MN$. אורכי הקטעים נתונים בס"מ. מצאו בכל סעיף את x .

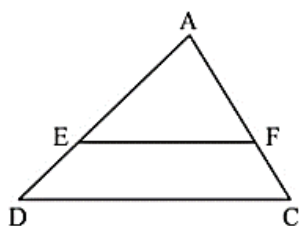


(א)



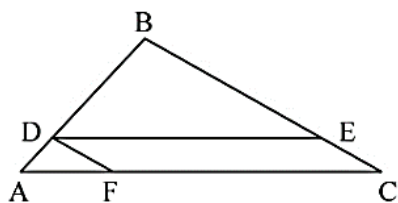
(ב)

2.



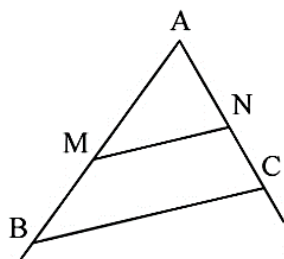
במשולש ADC נתון כי: $EF \parallel DC$,
 כמו כן נתון כי: $AF = 16$ ס"מ,
 $AD = 42$ ס"מ, $FC = 8$ ס"מ,
 $DC = 30$ ס"מ.
 חשבו את אורכי הקטעים AE , EF ו- ED .

3.



במשולש ABC נתון כי:
 $DA = 2$ ס"מ, $BD = 6$ ס"מ,
 $EC = 3$ ס"מ, $BE = 9$ ס"מ,
 $FA = 4$ ס"מ, $CF = 12$ ס"מ.
 הוכיחו כי המרובע DECF הוא מקבילית.

4.

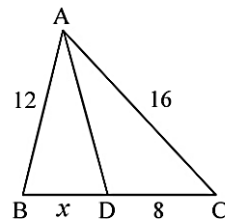
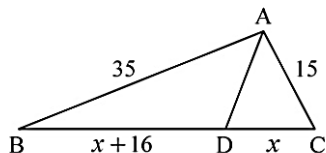


בסרטוט שלפניכם נתונים
 אורכי הקטעים הבאים:
 $MB = 10$ ס"מ, $AM = 15$ ס"מ,
 $AC = 10$ ס"מ, $AN = 6$ ס"מ.
 האם MN מקביל ל- BC ? נמקו את תשובתכם!

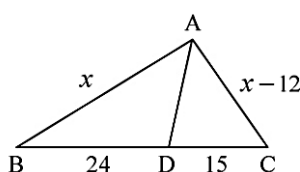
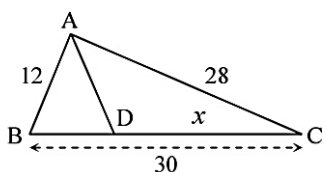
5.

בסרטטים בסעיפים (א) – (ד) הקטע AD הוא חוצה-זווית. חשבו את x בכל סרטוט בעזרת הנתונים המופיעים בו (הגדלים הם בס"מ).

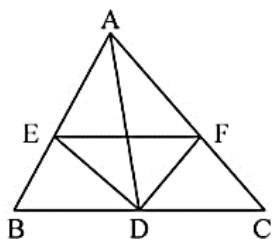
(א) (ב)



(ג) (ד)

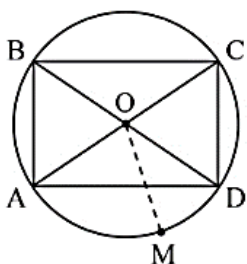


6.



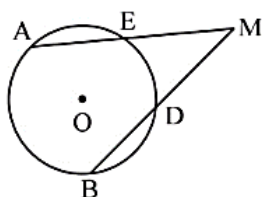
הקטע EF במשולש ABC מקביל לצלע BC. נקודה D נמצאת על הצלע BC באופן שבו הקטע DF הוא חוצה-זווית ADC והקטע DE הוא חוצה-זווית ADB. הוכיחו כי הקטע AD הוא תיכון במשולש ABC.

7.



ABCD הוא מלבן החסום במעגל שמרכזו O. M היא נקודה על הקשת \widehat{AD} . כך ש- $\angle AOB = \angle MOD$. הוכיחו: $\widehat{BAM} = \widehat{BC}$.

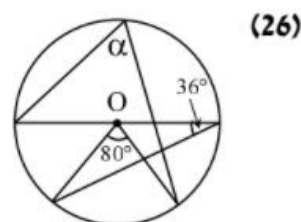
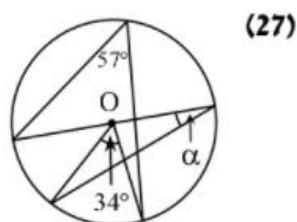
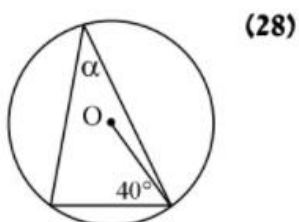
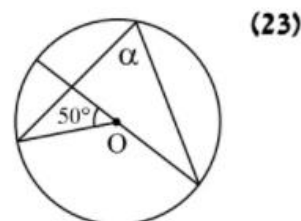
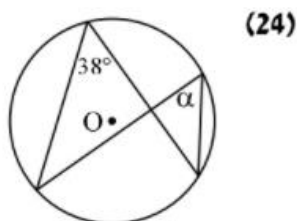
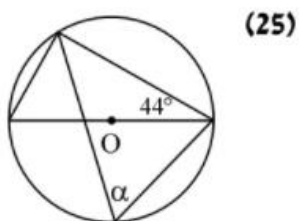
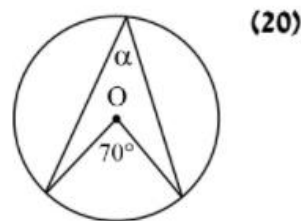
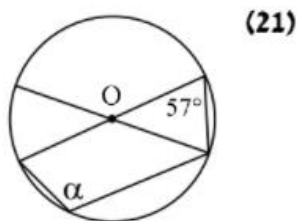
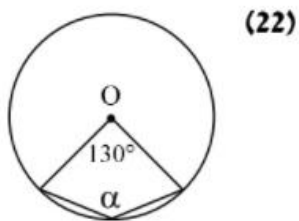
8.



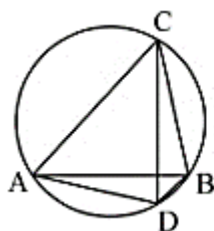
המשכי המיתרים AE ו-BD נפגשים בנקודה M שמחוץ למעגל O. נתון: $AM = BM$. (א) הוכיחו כי: $\angle AMO = \angle BMO$. (ב) הוכיחו כי: $ME = MD$.

9. בשאלה זו, הלקוחה מספר לימוד, המספור של הסעיפים מעט שונה

בכל אחד מהתרגילים (20) – (28) נתון מעגל שמרכזו O . עבור כל אחד מהתרגילים, חשבו את הזווית המסומנת ב- α .



10.

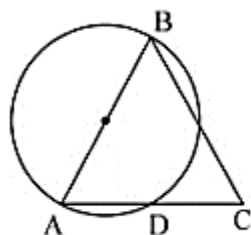


מרובע ACBD חסום במעגל.

נתון: $AB \perp CD$.

הוכיחו: $\angle ABC + \angle BAD = 90^\circ$.

11.



נתון מעגל ומשולש ABC כך ש- AB הוא קוטר המעגל.

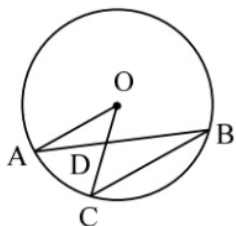
המשולש חותך את המעגל בנקודה נוספת D כך ש- $AD = DC$.

הוכיחו: משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים.

הוכיחו: משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים.

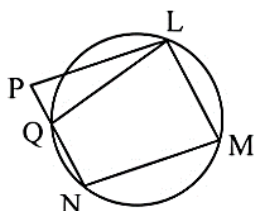
שווה-שוקיים.

.12



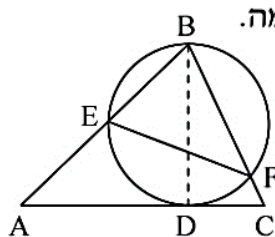
במעגל שמרכזו O נתון:
 $\angle ADC = \alpha$, $AO \parallel BC$
 בטאו את $\angle AOC$ באמצעות α .

.13



מרובע LMNQ חסום במעגל.
 דרך הנקודה L העבירו מקביל ל-NM
 QN החותך את המשך הצלע $LP \parallel NM$,
 בנקודה P. הוכיחו: $\angle NPL = \angle QLM$.

.14

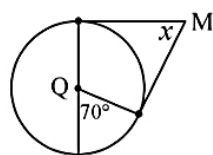


BD הוא גובה במשולש ABC. על BD כקוטר בנו מעגל,
 החותך את הצלעות BC ו-AB בנקודות F ו-E בהתאמה.

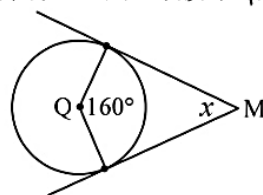
(א) הוכיחו כי המרובע AEFC הוא בר-חסימה
 במעגל (הדרכה: העבירו את DF
 והראו כי $\angle BCD = \angle BEF$).
 (ב) האם הזוויות $\angle EAD$ ו- $\angle BFE$ שוות?

15. בשאלה זו, הלקוחה מספר לימוד, המספור של הסעיפים מעט שונה

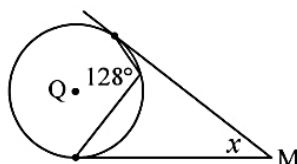
בכל אחד מהסרטוטים שבתרגילים (13) – (18) נתונים שני משיקים למעגל Q מנקודה M שמחוץ למעגל. מצא בכל תרגיל את גודלו של x (x מציין זווית / קשת של המעגל).



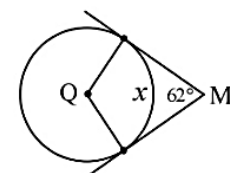
(14)



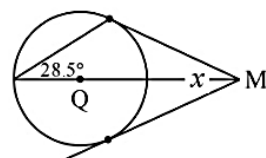
(13)



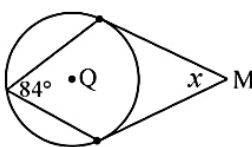
(16)



(15)

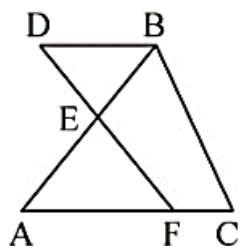


(18)



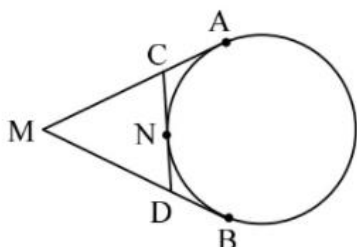
(17)

.16



משולש AEF הוא שווה-שוקיים ($AE = FE$)
 הקטע BD חותך את המשכי השוקיים ומקביל
 לבסיס AF. נתון כי המרובע FEBC הוא
 בר-חסימה במעגל. הוכיחו: $BC = AC$.

.17



מנקודה M שמחוץ למעגל יוצאים שני
 משיקים למעגל, MA ו-MB. דרך נקודה
 כלשהי N על הקשת \widehat{AB} העבירו משיק CD.
 נתון: $MA = 12$ ס"מ.
 חשבו את היקף המשולש CMD.

.18 – שאלת חובה

הוכיחו כי עבור כל זוג משולשים ישרי זווית דומים היחס הפנימי בין כל זוג צלעות הוא
 זהה (היחס בין שני הניצבים, היחס בין ניצב ליתר – ראו דוגמה במסגרת)

דוגמא:

יתר 2
ניצב א' 2'
ניצב ב' 2'

יתר 1
ניצב א' 1'
ניצב ב' 1'

$\frac{\text{ניצב ב' } 2'}{\text{יתר } 2} = \frac{\text{ניצב ב' } 1'}{\text{יתר } 1}$
 הוכיחו, אם משולש 1 דומה למשולש 2 אז מתקיים