

עבודת קיץ למסיימי כיתה י' 4 יח"ל, תשפ"ב 2022

תלמידים יקרים,

אנו מציידות אתכם בעבודת קיץ במתמטיקה לחזרה ולריענון בנושאים השונים שנלמדו השנה.

אנו ממליצות לפתור את העבודה בתחילת החופשה, כאשר הנושאים שנלמדו עדיין זכורים היטב. לקראת סיום החופשה, כדאי לחזור שוב ולהיזכר.

בתחילת שנה"ל הבאה (כיתה י"א) יש להגיש את העבודה. במהלך השבועיים הראשונים, ייערך מבחן שיכלול את הנושאים המופיעים בעבודה.

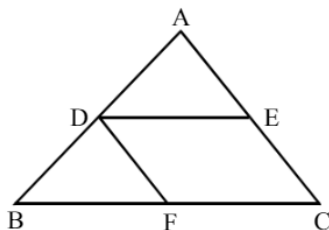
אנו מקווות שתדעו לנצל את החופשה היטב.

תהנו, תנחו ותאזרו כוחות לקראת כיתה י"א.

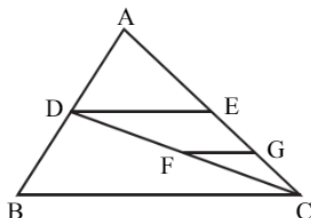
בברכת חופשה נעימה ☺

גיאומטריה במישור

ענו על ארבע מבין השאלות 1-5.

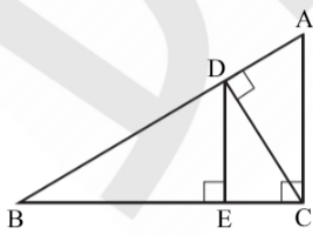


1. במשולש ABC הנקודות D, E ו-F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AB, AC ו-BC. א. הוכח: $\triangle ADE \cong \triangle DBF$. ב. הוכח: המרובע DECF הוא מקבילית.



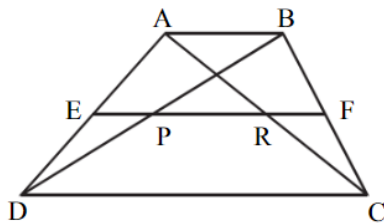
2. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC. GF הוא קטע אמצעים במשולש DEC. א. נתון: $BC = 12$ ס"מ. חשב את אורך הקטע GF. ב. הוכח: $AC = 4GE$. תשובה: א. 3 ס"מ.

3.



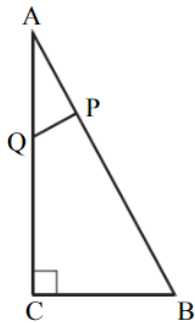
המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AC \perp BC$).
 נתון: $\angle A = 60^\circ$, $DE \perp BC$, $CD \perp AB$,
 $AC = 16$ ס"מ.
 חשב את אורך הקטע DE.
תשובה: 12 ס"מ.

4.



EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
 EF חותך את האלכסונים AC ו-BD
 בנקודות R ו-P בהתאמה.
 א. הוכח: $EP = RF$.
 ב. הוכח: $PR = \frac{DC - AB}{2}$.

5.



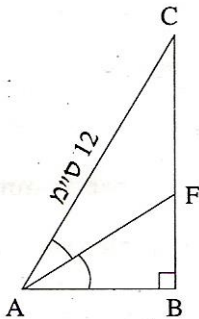
המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle C = 90^\circ$).
 נתון: $PQ \perp AB$.
 א. הוכח: $\triangle APQ \sim \triangle ACB$.
 ב. נתון: $AC = 21$ ס"מ, $PQ = 4$ ס"מ,
 $CB = 12$ ס"מ. חשב את אורך הקטע AP.
תשובה: ב. 7 ס"מ.

טריגונומטריה במישור

1.

במשולש ישר-זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$), AF הוא חוצה-זווית BAC .

נתון: $\angle BAC = 54^\circ$, $AC = 12$ ס"מ (ראו סרטוט).



- חשבו את אורך הניצב AB .
- חשבו את אורך הקטע BF .
- חשבו את אורך הקטע FC .
- חשבו את אורך חוצה-זווית AF .
- חשבו את השטח של המשולש CFA .

2.

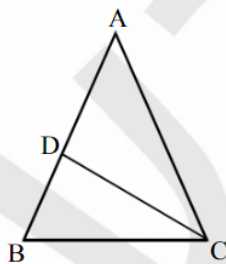
המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).

CD חוצה את זווית הבסיס (ראה ציור).

נתון: $BC = 27$ ס"מ, $\angle BAC = 44^\circ$.

א. חשב את אורכו של CD .

ב. חשב את היקף המשולש ADC .



תשובה: א. 25.59 ס"מ. ב. 82.23 ס"מ.

הנחיה: תחילה, חשבו את אורך השוק.

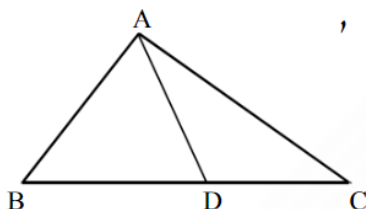
3.

בציור שלפניך נתון: $AC = 7$ ס"מ, $DC = 4$ ס"מ,

$\angle BAD = 61^\circ$, $\angle ADC = 110^\circ$.

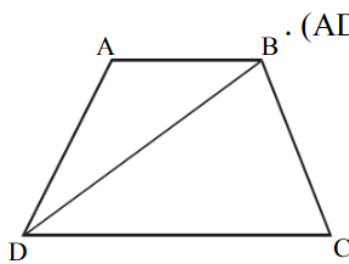
א. חשב את גודל הזווית C .

ב. חשב את אורך הקטע BD .



תשובה: א. 37.52° . ב. 5.258 ס"מ.

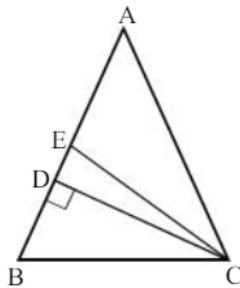
4.



ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים ($AD = BC, AB \parallel DC$).
אורך האלכסון BD הוא 7 ס"מ והוא
יוצר זווית בת 42° עם הבסיס AB
וזווית בת 72° עם השוק BC.
חשב את שטח המשולש ABD.

תשובה: 7.299 סמ"ר.

5.

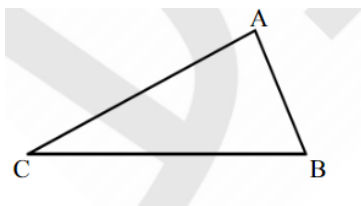


ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$).
CD הוא הגובה לשוק AB,
CE הוא תיכון לשוק AB.
נתון: $BC = 12$ ס"מ, $\angle ABC = 64^\circ$.
חשב את אורך הקטע DE.

תשובה: 1.583 ס"מ.

הנחיה: תחילה, חשבו את אורך השוק.

6.



במשולש ABC נתון: $\angle BAC = 86^\circ$,
 $BC = 2 \cdot AB$. חשב את הזוויות B ו-C.

תשובה: 64.08° , 29.92° .

הנחיה: סמנו את אורך צלע AB ב- x .

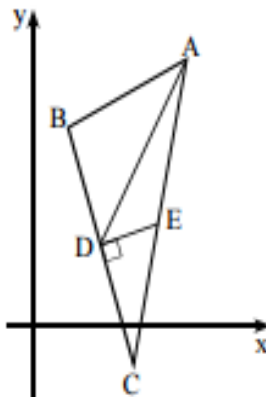
גיאומטריה אנליטית

1. במשולש ABC משוואת הצלע BC היא $y = \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$. נתון: $A(-1;11)$.
AD הוא הגובה לצלע BC. מצא את שיעורי הנקודה D.

תשובה: $(1;3)$.

2. במשולש ABC משוואת הגובה לצלע AB היא $y = 2x - 5$ ומשוואת הגובה לצלע AC היא $3y - x = 0$.
אחד מקדקודי המשולש הוא בנקודה $(13;-9)$.
א. איזה מקדקודי המשולש הוא בנקודה $(13;-9)$?
ב. מצא את שני הקדקודים האחרים של המשולש.

תשובה: א. A. ב. $B(-3;-1)$, $C(7;9)$.



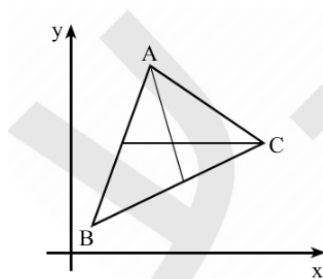
3. במשולש ABC DE הוא אנך אמצעי לצלע BC.
משוואת התיכון AD היא $y = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$.
משוואת DE היא $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.
משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$.
מצא את שיעורי הקדקודים A, B ו-C.

תשובה: $A(5;7)$, $B(1;5)$, $C(3;-1)$.

4. קדקודי המרובע ABCD הם: $A(8;6)$, $B(12;4)$, $C(11;1)$, $D(5;4)$.
א. הוכח שהמרובע הוא טרפז.
ב. חשב את אורך הגובה היורד מקדקוד A לצלע DC.
ג. חשב את שטח הטרפז.

תשובה: א. $\sqrt{9.8}$. ב. 17.5. ג. 17.5.

5.



קדקודי משולש הם: $A(7;14)$, $B(1;2)$, $C(19;8)$.

א. מצא את משוואת התיכון לצלע AB.

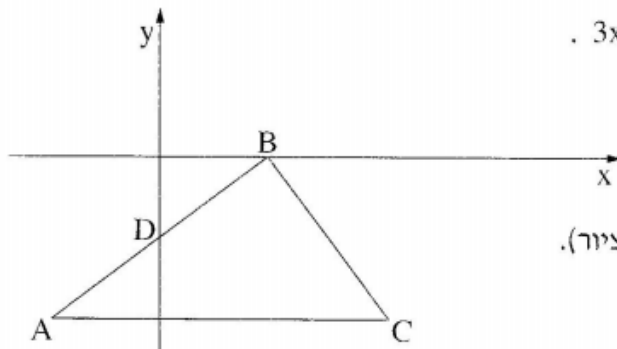
ב. מצא את משוואת התיכון לצלע BC.

ג. מצא את נקודת החיתוך בין שני

התיכונים שמצאת בסעיפים א' ו-ב'.

תשובה: א. $y = 8$. ב. $y = -3x + 35$. ג. $(9; 8)$.

6.



נתון משולש ישר-זווית שבו $\angle ABC = 90^\circ$.

הצלע AB מונחת על הישר $3x - 4y = 12$.

הישר חותך את ציר ה- x בנקודה B

ואת ציר ה- y בנקודה D.

הצלע AC מקבילה לציר ה- x .

הנקודה D היא אמצע הצלע AB (ראה ציור).

א. מצא את משוואת הצלע AC.

ב. מצא את השיעורים של הנקודה C.

ג. נתון כי המרובע BACF הוא מקבילית ($BF \parallel AC$, $AB \parallel CF$).

מצא את השיעורים של הנקודה F.

ד. מצא את השטח של המקבילית BACF.

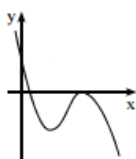
תשובות:

א. $y = -6$. ב. $(8.5, -6)$. ג. $(16.5, 0)$. ד. 75 יח"ר

חשבון דיפרנציאלי

1. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 15x^2 - 63x + 49$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
 ב. הראה שאחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x היא $(1;0)$.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה ולציר ה- x ?

תשובות:



- א. תחום הגדרה: כל x .
 נקודות קיצון: $(3; -32)$ מינימום, $(7; 0)$ מקסימום.
 עלייה: $3 < x < 7$; ירידה: $x < 3$ או $x > 7$.
 נקודת חיתוך: $(0; 49)$.
 ד. בשתי נקודות.

2. נתונה הפונקציה $y = x^4 - 4x^2$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, נקודות חיתוך עם הצירים.
 ב. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 ג. מצא לאילו ערכים של k , הפונקציה חותכת את הישר $y = k$:
 (1) ב-4 נקודות. (2) ב-3 נקודות. (3) ב-2 נקודות. (4) באף נקודה.

תשובות:

- א. תחום הגדרה: כל x . נקודות קיצון: $(\sqrt{2}; -4)$ מינימום, $(0; 0)$ מקסימום, $(-\sqrt{2}; -4)$ מינימום. נקודות חיתוך: $(2; 0)$, $(0; 0)$, $(-2; 0)$.
 ב. חיוביות: $x > 2$ או $x < -2$, שליליות: $-2 < x < 2$, $x \neq 0$.
 ג. (1) $-4 < k < 0$. (2) $k = 0$. (3) $k > 0$ או $k = -4$. (4) $k < -4$.

3. נתונה הפונקציה $f(x) = (x^2 - 4)^3$.
 א. מצא את הנקודות שבהן מתאפסת הנגזרת של הפונקציה וקבע עבור כל אחת מהן אם היא מינימום או מקסימום או שאינה נקודת קיצון.
 ב. מהם תחומי העלייה והירידה של הפונקציה?

תשובות:

- א. $(2; 0)$ אינה קיצון, $(-2; 0)$ אינה קיצון, $(0; -64)$ מינימום.
 ב. עלייה: $x > 0$, ירידה: $x < 0$.

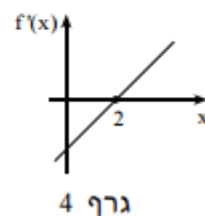
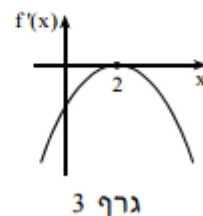
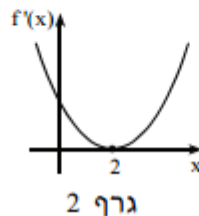
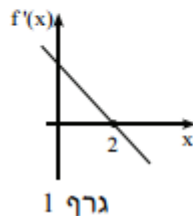
4. לפונקציה $f(x) = -\frac{x^3}{3} - x^2 + mx + 10$ יש נקודת קיצון ב- $x = 1$.
א. מצא את m .

ב. מצא את נקודות המקסימום והמינימום של הפונקציה, ושרטט סקיצה של גרף הפונקציה.

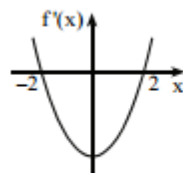
ג. מצא כמה פתרונות יש למשוואה $f(x) - 13 = 0$.

סעיף ג': רשות.

5. לפונקציה $f(x)$ יש רק נקודת קיצון אחת והיא נקודת מקסימום ב- $x = 2$.
א. מהו הסימן של פונקציית הנגזרת $f'(x)$ עבור $x < 2$?
ב. איזה מן הגרפים הבאים (1, 2, 3, 4) יכול לתאר את גרף הנגזרת $f'(x)$ של הפונקציה $f(x)$? נמק את בחירתך.



6.



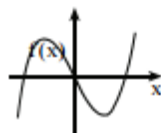
בציור מתואר גרף הנגזרת $f'(x)$ של פונקציה $f(x)$.

א. מצא את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $f(x)$.

ב. מצא את שיעורי ה- x של נקודות הקיצון של הפונקציה $f(x)$ וקבע את סוג הקיצון.

ג. נתון גם: $f(0) = 0$. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה $f(x)$.

תשובות:



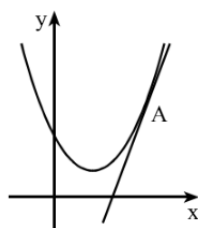
ג.

א. עלייה: $x > 2$ או $x < -2$,

ירידה: $-2 < x < 2$.

ב. $x = -2$ מקסימום, $x = 2$ מינימום.

7.



לפניך גרף הפונקציה $y = x^2 - 4x + 5$.

הנקודה A נמצאת על הגרף ברביע הראשון ושיעור ה- y שלה הוא 10.

א. מצא את שיעורי הנקודה A.

ב. בנקודה A מעבירים לפונקציה

משיק. מצא את משוואת המשיק.

תשובה: א. (5; 10). ב. $y = 6x - 20$.

8.

לגרף הפונקציה $y = (x-2)^3(6-x)^4$ מעבירים משיק בנקודה $x = 4$.
א. חשב את שיפוע המשיק. ב. מצא את משוואת המשיק.

תשובה: א. -64 . ב. $y = -64x + 384$.

9.

נתונה הפונקציה $y = x^3 - 15x^2 + 63x$ בקטע $[0, 8]$.
א. מצא את נקודת המקסימום המקומי שאינה נקודת מקסימום מוחלט.
ב. מצא את נקודת המינימום המקומי שאינה נקודת מינימום מוחלט.

תשובה: א. $(8; 56)$. ב. $(7; 49)$.

בהצלחה!

צוות מתמטיקה עמקים-תבור