

עבודת קיץ לקראת כיתה י' 5 יח"ל

תלמידים יקרים,

מצורפת עבודה המסכמת את החומרים שנלמדו בכיתה ט' בקבוצת המצוינות בתשפ"א.

אני ממליצה להכין את העבודה בתחילת החופש, כאשר הנושאים שנלמדו עדיין זכורים היטב.

לקראת סוף החופש, כדאי לחזור שוב ולהיזכר.

את העבודה יש להגיש בתחילת כיתה י', בתחילת שנה"ל הבאה.

במהלך השבועיים הראשונים ייערך מבחן שיכלול תרגילים מתוך העבודה (ייתכנו שינויי מספרים) או תרגילים הדומים לתרגילים בעבודה.

בהצלחה וחופשה מהנה!

עינת

טכניקה אלגברית

1. צמצום שברים אלגבריים - צמצמו את הביטויים הבאים באמצעות פירוק לגורמים (הוצאת גורם משותף, נוסחאות כפל מקוצר וטרינום).

א. $\frac{m^2+m}{m^2-1} =$

ב. $\frac{k^2+4k+4}{3k+6} =$

ג. $\frac{2b^2-72}{b^2-7b+6} =$

ד. $\frac{m^2+8m-20}{m^2-4m+4} =$

ה. $\frac{a^3-a}{a^2-2a+1} =$

ו. $\frac{k^3-6k^2-16k}{k^3-4k} =$

ז. $\frac{(a^2+2a)(a-1)}{(a-2)(a^2+a-2)} =$

פתרונות:

$$\frac{a}{a-2} \text{ (ז)} \quad \frac{k-8}{k-2} \text{ (י)} \quad \frac{a(a+1)}{a-1} \text{ (ה)} \quad \frac{m+10}{m-2} \text{ (ט)} \quad \frac{2(b+6)}{b-1} \text{ (ג)} \quad \frac{k+2}{3} \text{ (ב)} \quad \frac{m}{m-1} \text{ (א)}$$

2. כפל וחילוק שברים אלגבריים - כפלו וחלקו את השברים הבאים, וצמצמו ככל שניתן.
זכרו לכתוב תחום הצבה.

$$\text{א. } \frac{p^2-4}{p+2} \cdot \frac{p+3}{p-2} =$$

$$\text{ב. } \frac{4-m^2}{m^2+3m+2} \cdot \frac{m+1}{m^2-4m+4} =$$

$$\text{ג. } \frac{p^2-2p-3}{p^2+3p-18} \cdot \frac{p^2+11p+30}{p^2+6p+5} =$$

$$\text{ד. } \frac{a^3+a^2-2a}{a^2-1} \cdot \frac{5a+5}{a^2+4a+4} =$$

$$\text{ה. } \frac{a}{a^2+2a} : \frac{a}{3a+6} =$$

$$\text{ו. } \frac{6a+2}{2a-6} : \frac{1}{5a-15} =$$

$$\text{ז. } \frac{a^3-9a}{a^2+7a+12} : \frac{a^2-6a+9}{4a+16} =$$

פתרונות:

$$\frac{4a}{a-3} \text{ (ז)} \quad 15a + 5 \text{ (י)} \quad \frac{3}{a} \text{ (ה)} \quad \frac{5a}{a+2} \text{ (ט)} \quad 1 \text{ (ג)} \quad -\frac{1}{m-2} \text{ (ב)} \quad p + 3 \text{ (א)}$$

3. פתרון משוואות ריבועיות - פתרו את המשוואות הריבועיות בדרך היעילה ביותר.
זכרו לכתוב תחום הצבה.

$$\text{א. } x^2 - 11x - 42 = 0$$

$$\text{ב. } 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$\text{ג. } 3(x-4)(x-3) = x^2 - 9$$

$$\text{ד. } (2x-1)(x-5) = (3x+4)(2-x) - 11$$

$$\text{ה. } x(2x-1) - 3(x-5) = (3x-1)(2+x) - 5$$

$$\text{ו. } \frac{3}{x+3} + \frac{2}{x+2} = 2$$

$$\text{ז. } \frac{3}{x+3} + \frac{4}{x-2} = \frac{6}{(x+3)(x-2)}$$

$$\text{ח. } \frac{8}{x^2-25} + \frac{2x+2}{x+5} = \frac{x-4}{x-5}$$

$$\text{ט. } \frac{x}{2x-8} + \frac{32}{16-x^2} = \frac{4}{3x+12}$$

$$\text{י. } \frac{2-x}{x^2+8x+16} + \frac{13-x}{3x+12} = 1$$

$$\text{יא. } \frac{x+3}{3x+3} + \frac{x+2}{2x+2} = \frac{2}{x^2+2x+1}$$

$$\text{יב. } \frac{6}{x+4} = \frac{x}{x+2} + \frac{9}{x^2+6x+8}$$

$$\text{יג. } \frac{1}{x+2} + \frac{3x+5}{x^2-x-6} + \frac{2x+4}{x^2-3x} + \frac{1}{x^2+2x} = 0$$

$$\text{יד. } \frac{4}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-5x+6} = \frac{2}{x^2-4x+3}$$

$$\text{טו. } \frac{x+11}{x^2-9} - \frac{2x-6}{x^2-6x+9} = \frac{x^2-2x-15}{x^2+6x+9}$$

$$\text{טז. } \frac{x^2+2x}{x^2+3x} + \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9} = \frac{6}{x^2-9}$$

פתרונות:

(א) -3,14 (ב) 0.5,3 (ג) 3,7.5 (ד) 1,1.6 (ה) 2, -11 (ו) 0, -2.5 (ז) 0 (ח) 3,6 (ט) $-8,6\frac{2}{3}$ (י) $-5, \frac{1}{2}$ (יא) 0, -3.4 (יב) -1,3 (יג) $-1, -\frac{5}{6}$ (יד) אין פתרונות (טו) 5,2 (טז) 2

4. אי-שוויונות ריבועיים - פתרו את אי-השוויונות הבאים.

$$5x^2 - (2x+2)^2 > 52 - 8(x-1)^2$$

$$19 - 2(x-3)^2 < x^2 - 2(2+x)$$

$$(3x-8)^2 - (3+x)^2 \geq 1+3x$$

פתרונות:

$$x > 4, x < -\frac{4}{3} \quad (\text{א})$$

$$x > 5, x < -\frac{1}{3} \quad (\text{ב})$$

$$x \geq 6, x \leq 1\frac{1}{8} \quad (\text{ג})$$

5. פתור את מערכת המשוואות הבאות(מצא את x ואת y)

$$\begin{cases} 2y^2 + 9x = 5 \\ x - y = -7 \end{cases} \quad \text{א.}$$
$$\begin{cases} 2(x - 2y) - 30 = x + y \\ 3 - 4y + 5x = 3x - 3y + 9 \end{cases} \quad \text{ב.}$$

פתרונות: א. (-3, 4) (-8.5, -15.5) ב. אינסוף פתרונות

בעיות מילוליות

6. נתון מספר. אם מוסיפים לו 1 ומעלים את התוצאה בריבוע, מקבלים מספר הגדול ב-31 מהמספר הנתון. מצא את המספר הנתון.

תשובה סופית:

5 או -6.

7. מצא שני מספרים שסכומם 13 וסכום ריבועיהם הוא 97. כמה זוגות של מספרים כאלו קיימים?

תשובה סופית:

4 ו-9. (רק זוג אחד).

8. היקפו של מלבן הוא 56 ס"מ ואורך האלכסון במלבן הוא 20 ס"מ. מצא את מידות המלבן.

תשובה סופית:

12 ס"מ ו-16 ס"מ.

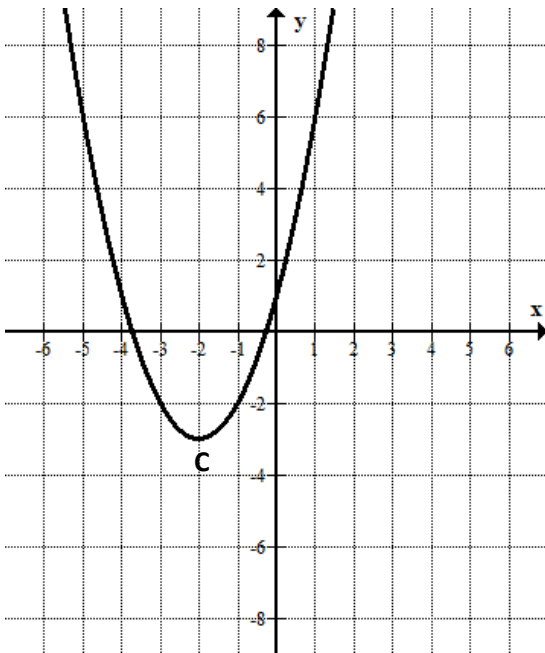
9. שטחו של מלבן הוא 54 סמ"ר. אם מגדילים צלע אחת בס"מ אחד ומקטינים את הצלע הסמוכה לה ב-2 ס"מ מתקבל ריבוע. מצא את מידות המלבן.

תשובה סופית:

6 ס"מ ו-9 ס"מ.

פונקציות

10. נתון שרטוט של גרף הפונקציה $f(x) = (x + 2)^2 - 3$



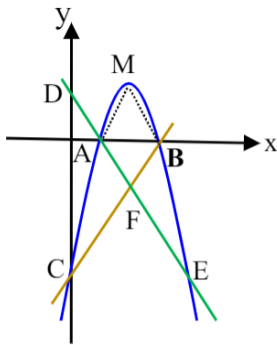
- קודקוד הפרבולה נמצא בנקודה C.
- א. מצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה.
- נתונה פונקציה $g(x) = f(x) + 3$.
- ב. חשבו $f(1)$, $g(1)$.
- ג. רשמו את שיעורי נקודת המינימום של הפונקציה $g(x)$.
- ד. רשמו לאילו ערכים של x $g(x) > 0$.
- ה. הפונקציה $g(x)$ חותכת את ציר ה-y בנקודה A. הפונקציה $f(x)$ חותכת את ציר ה-y בנקודה B.
- ה. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C, B.
- ה. חשבו את שטח משולש ABC.

11. נתונה פונקציה $f(x)$ המוגדרת בתחום

- לפונקציה יש קיצון בנקודות $(1, 6)$ ו- $(4, 0)$
 הפונקציה יורדת בתחום $1 < x < 4$ ועולה בתחום $0 < x < 1$ או $x > 4$.
 1. קבעו את סוג הקיצון בנקודה $(1, 6)$ ובנקודה $(4, 0)$.
 2. נתון גם כי $f(0) = 0$. סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה.
 3. כמה פתרונות למשוואה $f(x) = -4$? נמקו.
 4. נתונה הפונקציה $g(x) = f(x) - n$.
 מה צריך להיות ערכו של n כדי שלמשוואה $g(x) = 0$ יהיו 3 פתרונות?
 נמקו.
 12. גרף הפונקציה $h(x)$ נוצר על ידי הזזת הפונקציה $f(x) = x^2$

- נקודות האפס של הפונקציה (נקודות חיתוך עם ציר ה- x) הן $(2, 0)$ ו- $(8, 0)$
 קדקוד הפרבולה $h(x)$ מונח על הישר $y = -9$.
 a. מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה $h(x)$?
 b. רשמו את משוואת הפרבולה $h(x)$.
 c. שרטטו את גרף הפונקציה $h(x)$.
 d. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה $h(x)$.
 e. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 f. בכמה יחידות יש להזיז את הפרבולה $h(x)$ כלפי מעלה, כדי שתתקבל פרבולה שיש לה נקודת אפס אחת? מהם שיעורי נקודת האפס הזו?

13.



נתונה הפונקציה $y = -2x^2 + bx + c$. גרף הפונקציה חותך את ציר x בנקודות $A(2; 0)$ ו- B מימין ל- A (ראה ציור). אורך הקטע AB הוא 4. הנקודה M היא קדקוד הפרבולה.

- א. מצא את שיעורי הנקודה B .
 ב. מצא את b ו- c .
 ג. מצא את שיעורי הנקודות M ו- C .
 ד. מצא את משוואת הישר BC .

ה. הישרים BC ו- AE נמצאת על הפרבולה) נחתכים בנקודה F הנמצאת על ציר הסימטריה של הפרבולה.

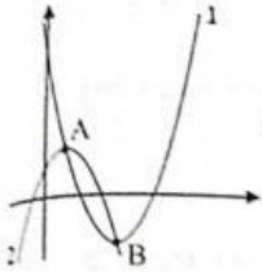
- 1) מצא את שיעורי הנקודה F .
 2) מצא את שיעורי הנקודה E .
 ו. חשב את שטח המשולש DFC .

א. $B(6; 0)$ ב. $b = 16, c = -24$ ג. $C(0; -24), M(4; 8)$ ד. $y = 4x - 24$

ה. 1) $F(4; -8)$ 2) $E(8; -24)$ ו. 64

תשובות:

14.



נתונים הגרפים של הפונקציות: $f(x) = x^2 - 8x + 14$, $g(x) = -(x-2)^2 + 2$.

- קבעו איזה מהגרפים מתאים לכל אחת מהפונקציות.
- מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B, בהן נחתכות הפרבולות, כמתואר בשרטוט.
- מצאו את משוואת הישר AB.
- פתרו את אי השוויון: $x^2 - 8x + 14 < -(x-2)^2 + 2$.
- עבור כל אחד מההיגדים הבאים הקיפו בעיגול אם הוא נכון או לא נכון:

- הישר $y=1$ חותך כל אחת מהפונקציות בשתי נקודות. נכון / לא נכון
- המרחק בין צירי הסימטריה של הפרבולות הוא 2 יח' אורך. נכון / לא נכון

- 4) א. גרף 1: $f(x)$. גרף 2: $g(x)$. ב. $A(2,2), B(4,-2)$. ג. $y = -2x + 6$. ד. $2 < x < 4$.
ה. (1 נכון. 2 נכון).

15.

גרף הפונקציה $f(x) = -(x-p)^2 + k$ אינו חותך את ציר x. נקודת הקיצון של הפונקציה נמצאת

מימין לציר y. סמנו נכון/לא נכון ליד כל אחת מן הטענות הבאות ונמקו קביעתכם:

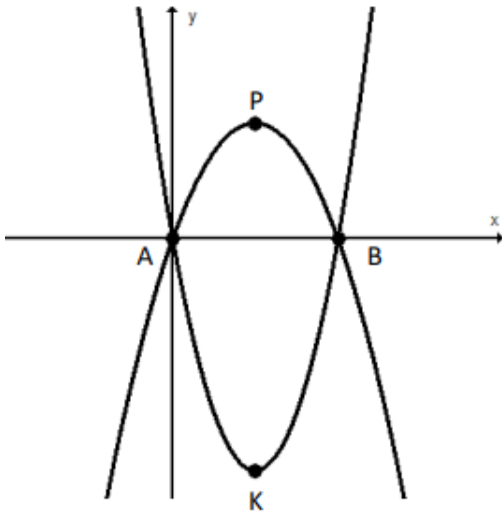
- נקודת הקיצון של הפונקציה היא נקודת מינימום. _____
- קדקוד הפרבולה נמצא מתחת לציר x. _____
- הפונקציה עולה עבור $x > 0$. _____
- הפונקציה שלילית לכל ערך של x. _____
- גרף הפונקציה חותך את ציר y בחלקו החיובי. _____
- גרף הפונקציה אינו חותך את ציר y. _____
- לא ניתן לקבוע את תחום החיוביות ואת תחום השליליות של הפונקציה. _____
- ייתכן: $p = 1, k = -1$. _____
- מתקיים: $p > 0$ וגם $k > 0$. _____
- מתקיים: $p < 0$ וגם $k < 0$. _____
- מתקיים: $p > 0$ וגם $k < 0$. _____
- מתקיים: $p < 0$ וגם $k > 0$. _____
- מתקיים: $p \cdot k < 0$. _____

3) משורטטים הגרפים של הפונקציות

$$f(x) = 2(x - 2)^2 - 8$$

$$g(x) = -x^2 + 4x$$

הנקודות P, K הן הקדקודים של הפרבולות.



א. חשבו את שיעורי הנקודות: A, B, הציגו דרך חישוב.

ב. חשבו את המרחק בין P ל-K. הציגו דרך חישוב.

ג. לפניכם מספר טענות. ענו "נכון" / "לא נכון" לכל אחת מהטענות:

טענה	נכון	לא נכון
$f(-2) = 8$		
המרחב שקדקודיו הם הנקודות A, P, B, K הוא דלתון		
קיים תחום בו $f(x) > g(x)$		
קיימת פונקציה קווית קבועה שאינה חותכת אף אחד מהגרפים		

ד. השלימו:

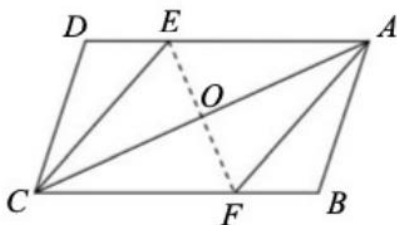
i. $m(x) = 2(x - 2)^2 + 6$ היא הזזה אנכית של $f(x)$ ב- _____ יחידות.

ii. $t(x) = -(x - 6)^2 + 4$ היא הזזה אופקית של $g(x)$ ב- _____ יחידות.

ה. כתבו את משוואת הפונקציה הקווית העוברת דרך A ו-P. הציגו דרך פתרון.

גיאומטריה

16.



הנקודות E ו-F נמצאות על צלעות המקבילית ABCD

כך שמתקיים: $\angle BCE = 2 \cdot \angle DCE$, $\angle DAF = 2 \cdot \angle BAF$.

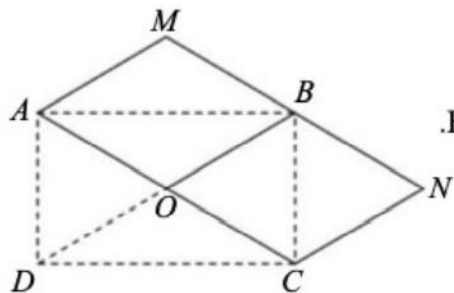
הקטע EF והאלכסון AC נחתכים בנקודה O.

א. הוכח: $OE = OF$.

ב. נתון: $\angle AEO = \angle AFO$. הוכח: AECF מעוקן.

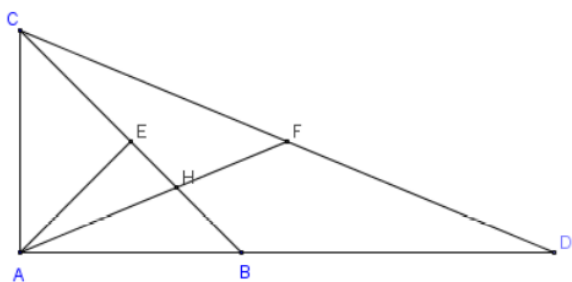
ג. נתון: 6 ס"מ EF , 5 ס"מ AE . חשב את אורך AC.

.17



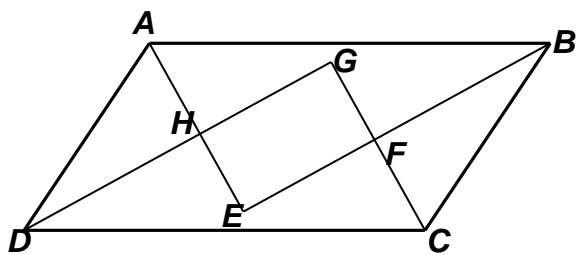
המקבילית AMNC מורכבת מהמעוינים AMBO ו-CNBO.
 א. הוכח: $AB \perp BC$.
 ב. המשיכו את הישר BO עד הנקודה D כך שמתקיים: $BO=DO$.
 הוכח: המרובע ABCD הוא מלבן.

.18



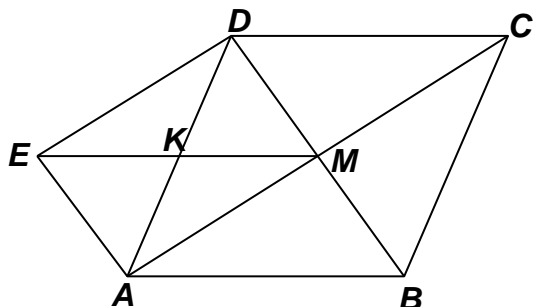
ACD משולש ישר זווית. $\angle A = 90^\circ$.
 AF תיכון ליתר DC
 AE תיכון ליתר CB
 $AC = AB$, $CB = BD$
 הוכיחו:
 א. $EF \parallel AD$
 ב. $BF \perp CD$
 ג. AH חוצה זווית EAB
 ד. $\triangle EAH \sim \triangle FDB$

.19 המרובע ABCD הוא מקבילית.



AE, BF, CG ו-DH חוצים את הזוויות הפנימיות של המקבילית.
 הוכיחו: המרובע EFGH הוא מלבן.

.20 M היא נקודת מפגש האלכסונים במעוין ABCD.



נתון: $AE \parallel BD$ ו- $ED \parallel AC$
 א. הוכח מרובע MAED הוא מלבן.
 ב. הוכח $AB=2MK$
 (K היא נקודת מפגש האלכסונים AD ו-EM)