



חוברת משימות לקיץ – בוגרות ובוגרי 5 יחידות מתמטיקה כיתה י' תשפב

לפניכם אוסף משימות לתקופת חופשת הקיץ לבוגרות ובוגרי כיתה י' ברמת 5 יחידות לימוד.

מטרתו של אוסף משימות זה הוא לאפשר לכם להגיע מוכנים לשנת יא' בלימודי המתמטיקה בקבוצה. אנו רואים חשיבות גדולה בעשייה רצינית ועצמאית של המשימות ומניסיון העבר אנו יודעים כי התייחסות שכזו לעבודה מובילה להצלחות.

על המשימות יש לענות בדפי משבצות נפרדים באופן מסודר וקריא ולהגיש למורה בכיתה בתחילת שנה. נציין כי אירוע הערכה ראשון בשנת הלימודים הבאה יהיה מבוסס על העבודה ויתקיים בימי הלימוד הראשונים.

האוסף כולל משימות בנושאים אותם למדנו ותרגלנו השנה. בהצלחה וחופשה מהנה ובטוחה

חלק א' – טכניקה אלגברית – אנו רואים חשיבות משמעותית לשליטה בטכניקה אלגברית

1. בכל סעיף, פתרו את אי-השוויון הנתון. (הציגו את דרך הפתרון)
יש לפתור 4 תרגילים לפחות

$-x^2 - 7x > 12$	$x^2 + 36x > 0$	$x^2 - 9x - 22 < 0$
$x^4 + 13x^3 + 30x^2 > 0$	$(x - 1)(x + 5)(x - \pi) < 0$	$\frac{x^2 - 25}{x^2} < 0$

2. פתרו את המשוואות הבאות. שימו לב לתחום ההצבה. (משוואות עם מכנים)

$\frac{x+5}{5x-15} - \frac{6}{x+1} = \frac{2}{x-3} - 1$	$\frac{1}{x} - \frac{2}{3x} = \frac{1}{6}$
$\frac{2x+1}{2x-3} - \frac{7x}{4x^2-9} = 1 + \frac{x-4}{2x+3}$	$x - \frac{6}{x-2} = 3$
$\frac{x-3}{2x-10} - \frac{9x+57}{10x+50} = \frac{x-7}{x^2-25}$	$\frac{3x+2}{x-1} = \frac{3x-5}{x+2}$
$\frac{x^2}{x+5} = \frac{25}{x+5}$	$\frac{9}{(x-2)^2} + \frac{3}{x-2} = 2$
$\frac{x+4}{2x+14} + \frac{x+4}{2x+2} = \frac{9}{x^2+8x+7}$	



3. פתרו את המשוואות הבאות. שימו לב לתחום ההצבה. (משוואות עם שורשים)

$2\sqrt{x} + 4 = 0$	$\sqrt{x} - 4 = 0$	$\sqrt{4x - 8} = 0$
$\sqrt{x+2} - \sqrt{3-x} = 1$	$\sqrt{2x-1} + \sqrt{x+2} = 0$	$x + 3\sqrt{2-x} = 4$
$(\sqrt{x} - 3)^2 = 1$		

חלק ב' – אנליזה – שזה אומר, חקירת פונקציות...

4. חקרו **לפחות ארבע** מבין הפונקציות הבאות על פי הסעיפים הבאים:

- א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים ו. **סקיצה של הפונקציה**

$f(x) = \frac{x+2}{x^2}$	$f(x) = \frac{9-x^2}{x^2+1}$	$f(x) = \frac{2x^3}{x^2-3}$
$f(x) = 1 - \frac{x^2+x+7}{x^2+8}$	$f(x) = -\frac{1}{x^2+4x+4}$	$f(x) = 3 + \frac{4}{x} - \frac{1}{x^2}$

5. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{36-x^2}{x^2+4}$

- (1) קבעו האם הפונקציה זוגית או אי-זוגית. הוכיחו/ נמקו בצורה מפורטת.
(2) חקרו את הפונקציה $f(x)$ על פי הסעיפים הבאים:
א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים ו. **סקיצה של הפונקציה**

(3) מצאו עבור אילו ערכי k יהיו למשוואה $f(x) = k$

- i. אפס פתרונות
ii. פתרון יחיד
iii. שני פתרונות



חוברת משימות לקיץ – בוגרות ובוגרי 5 יחידות מתמטיקה כיתה י' תשפב

6. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x^2-p}{x^2-x}$ (פרמטר שונה מאפס)

לפונקציה $f(x)$ יש אסימפטוטה אנכית יחידה עבור $x = 0$

(1) מצאו את ערכו של הפרמטר p , יש להדגים את תהליך הפתרון

(2) הציבו $p = 1$ וחקרו את הפונקציה על פי השלבים הבאים:

א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים ו. **סקיצה של הפונקציה**

(3) הגדירו פונקציה חדשה: $g(x) = f(x + m)$, נתון כי לפונקציה $g(x)$ יש

אסימפטוטה אנכית יחידה כאשר $x = 5$. מצאו את ערכו של m

(4) הגדירו פונקציה חדשה: $h(x) = |f(x)|$ (ערך מוחלט)

i. שרטטו את גרף הפונקציה $h(x)$

ii. מצאו את נקודת הקיצון של הפונקציה $h(x)$, נמקו.

7. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x-2t}{x^2}$ (פרמטר חיובי)

חקרו את הפונקציה $f(x)$ על פי הסעיפים הבאים:

א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה
ה. אסימפטוטות מקבילות לצירים ו. **סקיצה של הפונקציה**

8. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+5}{x+2}$,

מצאו את משוואת המשיק לפונקציה בנקודה בה $x = 1$

9. נתונה הפונקציה $f(x) = \frac{x+2}{x-7}$

מצאו את משוואות המשיקים לפונקציה המקבילים לישר $y = -x$



10. חקרו כל פונקציה על פי הסעיפים הבאים

א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה
ה. סקיצה של הפונקציה

$f(x) = \sqrt{-x^2 + 8x - 15}$	$f(x) = x - \sqrt{8x}$	$f(x) = \sqrt{x} - x$
	$f(x) = x^3\sqrt{x+7}$	$f(x) = x\sqrt{3-x}$

11. שיפוע הישר המשיק לפונקציה $f(x) = x - b\sqrt{x}$ בנקודה בה $x = 4$ הוא -1

(1) מצאו את ערכו של הפרמטר b

(2) הציבו $b = 8$ וחקרו את הפונקציה $f(x)$ על פי השלבים הבאים:

א. תחום הגדרה ב. נקודות חיתוך עם הצירים ג. נקודות קיצון וסוגן ד. תחומי עליה וירידה
ה. סקיצה של הפונקציה

(3) נקודת הקיצון הפנימית ושתי נקודות החיתוך של הפונקציה עם הצירים יוצרות

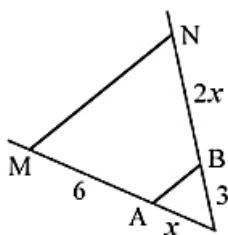
משולש. קבעו האם זהו משולש ישר זווית, נמקו.

חלק ג' – גיאומטריה – והינה הגיע הכיף ☺

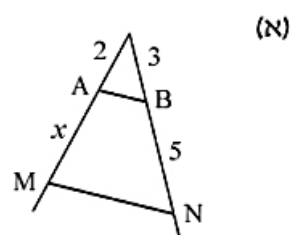
יש לענות על לפחות 10 תרגילים מתוך התרגילים 1-17 ולפחות 2 מכל עמוד. (18 חובה)

1.

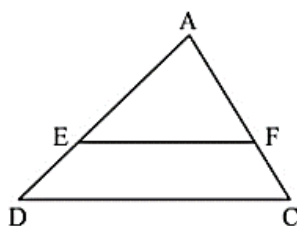
בכל אחד מהסעיפים (א) – (ו) מסורטטת זווית הנחתכת על-ידי שני ישרים מקבילים: $AB \parallel MN$. אורכי הקטעים נתונים בס"מ. מצאו בכל סעיף את x .



(ב)

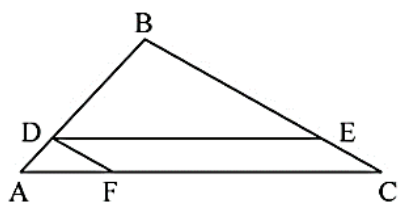


2.



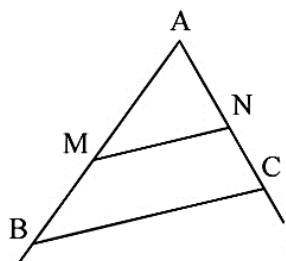
במשולש ADC נתון כי: $EF \parallel DC$
 כמו כן נתון כי: $AF = 16$ ס"מ,
 $AD = 42$ ס"מ, $FC = 8$ ס"מ
 $DC = 30$ ס"מ.
 חשבו את אורכי הקטעים AE , EF ו- ED .

3.



במשולש ABC נתון כי:
 $DA = 2$ ס"מ, $BD = 6$ ס"מ,
 $EC = 3$ ס"מ, $BE = 9$ ס"מ,
 $FA = 4$ ס"מ, $CF = 12$ ס"מ.
 הוכיחו כי המרובע DECF הוא מקבילית.

4.

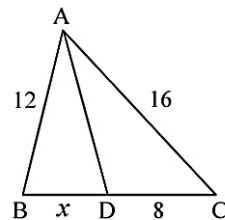
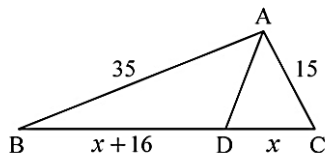


בסרטוט שלפניכם נתונים
 אורכי הקטעים הבאים:
 $MB = 10$ ס"מ, $AM = 15$ ס"מ,
 $AC = 10$ ס"מ, $AN = 6$ ס"מ.
 האם MN מקביל ל- BC ? נמקו את תשובתכם!

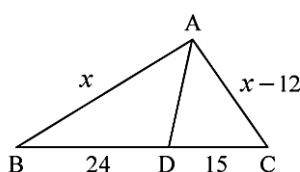
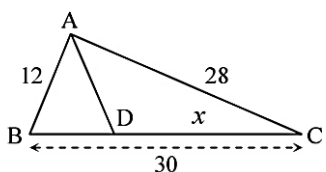
5.

בסרטטים בסעיפים (א) – (ד) הקטע AD הוא חוצה-זווית. חשבו את x בכל סרטוט בעזרת הנתונים המופיעים בו (הגדלים הם בס"מ).

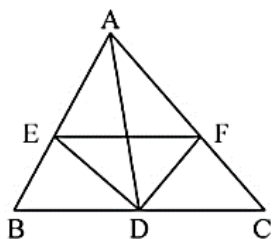
(א) (ב)



(ג) (ד)

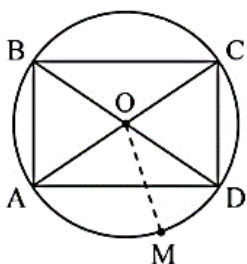


6.



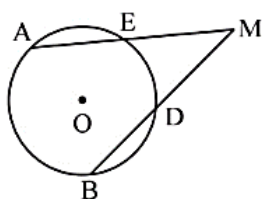
הקטע EF במשולש ABC מקביל לצלע BC. נקודה D נמצאת על הצלע BC באופן שבו הקטע DF הוא חוצה-זווית ADC והקטע DE הוא חוצה-זווית ADB. הוכיחו כי הקטע AD הוא תיכון במשולש ABC.

7.



ABCD הוא מלבן החסום במעגל שמרכזו O. M היא נקודה על הקשת \widehat{AD} . כך ש- $\angle AOB = \angle MOD$. הוכיחו: $\widehat{BAM} = \widehat{BC}$.

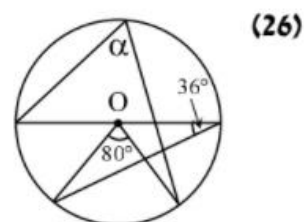
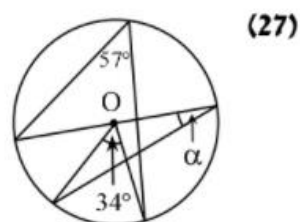
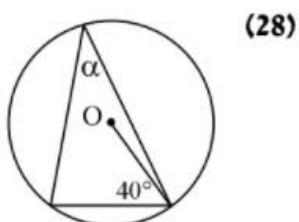
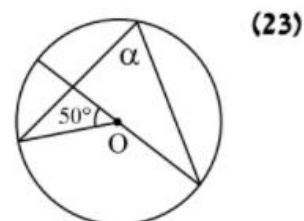
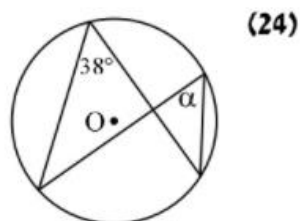
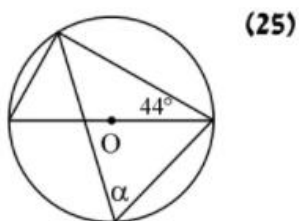
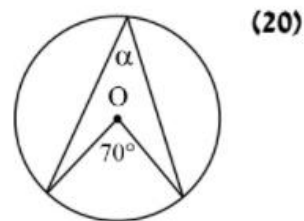
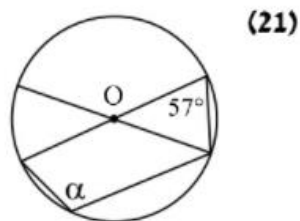
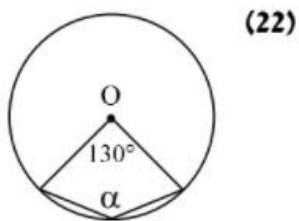
8.



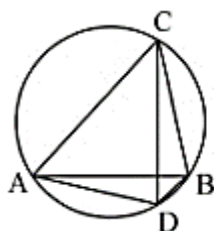
המשכי המיתרים AE ו-BD נפגשים בנקודה M שמחוץ למעגל O. נתון: $AM = BM$.
 (א) הוכיחו כי: $\angle AMO = \angle BMO$.
 (ב) הוכיחו כי: $ME = MD$.

9. בשאלה זו, הלקוחה מספר לימוד, המספור של הסעיפים מעט שונה

בכל אחד מהתרגילים (20) – (28) נתון מעגל שמרכזו O . עבור כל אחד מהתרגילים, חשבו את הזווית המסומנת ב- α .



10.

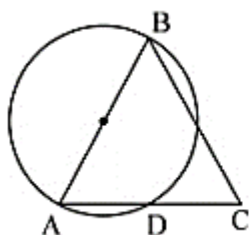


מרובע $ACBD$ חסום במעגל.

נתון: $AB \perp CD$.

הוכיחו: $\angle ABC + \angle BAD = 90^\circ$.

11.



נתון מעגל ומשולש ABC כך ש- AB הוא קוטר המעגל.

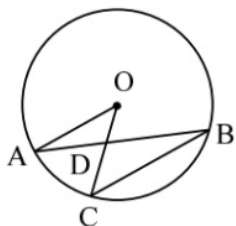
המעגל בנקודה נוספת D כך ש- $AD = DC$.

הוכיחו: משולש ABC הוא משולש שווה-שוקיים.

הוא קוטר המעגל. המשולש חותך את

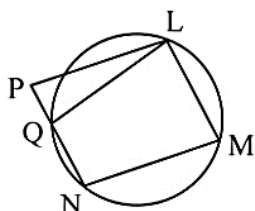
שווה-שוקיים.

.12



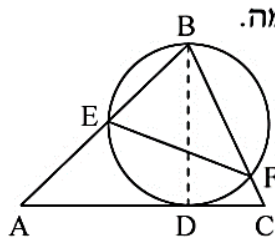
במעגל שמרכזו O נתון:
 $\angle ADC = \alpha$, $AO \parallel BC$
 בטאו את $\angle AOC$ באמצעות α .

.13



מרובע LMNQ חסום במעגל.
 דרך הנקודה L העבירו מקביל ל-NM
 $(LP \parallel NM)$, החותך את המשך הצלע QN
 בנקודה P. הוכיחו: $\angle NPL = \angle QLM$.

.14

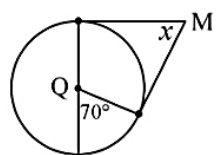


BD הוא גובה במשולש ABC. על BD כקוטר בנו מעגל,
 החותך את הצלעות BC ו-AB בנקודות F ו-E בהתאמה.

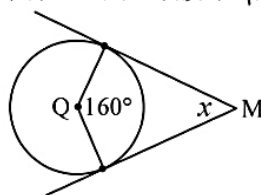
(א) הוכיחו כי המרובע AEFC הוא בר-חסימה
 במעגל (הדרכה: העבירו את DF
 והראו כי $\angle BCD = \angle BEF$).
 (ב) האם הזוויות $\angle EAD$ ו- $\angle BFE$ שוות?

15. בשאלה זו, הלקוחה מספר לימוד, המספור של הסעיפים מעט שונה

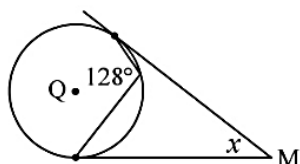
בכל אחד מהסרטוטים שבתרגילים (13) – (18) נתונים שני משיקים למעגל Q מנקודה M שמחוץ למעגל. מצא בכל תרגיל את גודלו של x (x מציין זווית / קשת של המעגל).



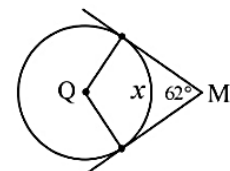
(14)



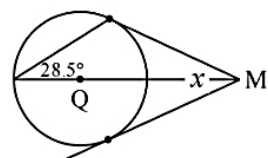
(13)



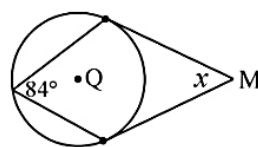
(16)



(15)



(18)

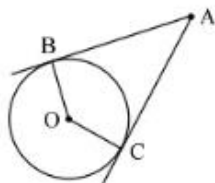


(17)

חלק ד' – טריגונומטריה – המתנה שלא מפסיקה לתת ☺

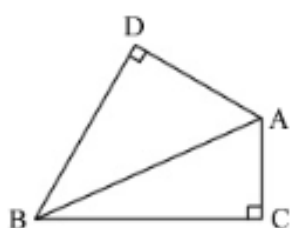
יש לענות על כל השאלות בחלק זה

1.



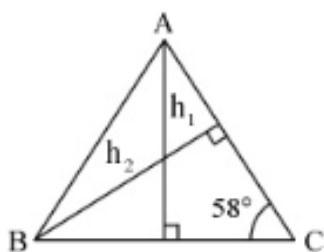
- מנקודה A, הנמצאת מחוץ למעגל שמרכזו O, יוצאים שני משיקים למעגל (AB ו-AC). נתון: $OB = r$, $\angle BAC = \alpha$.
 (א) בטאו באמצעות r ו- α את שטחו של המרובע ABOC.
 (ב) נתון: $\alpha = 40^\circ$, ושטח המרובע ABOC שווה ל-100 סמ"ר. מצאו את אורך הרדיוס r .

2.



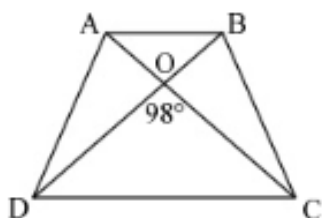
- במשולש ישר-הזווית ABC ($\angle ACB = 90^\circ$), נתון: $\angle ABC = 24^\circ$, $BC = 8.7$ ס"מ.
 על היתר AB בונים משולש ישר-זווית נוסף ABD ($\angle ADB = 90^\circ$), כך שמתקיים: $\angle ABD = 36^\circ$.
 (א) חשבו את אורך הקטע BD.
 (ב) חשבו את שטח המשולש ABD.

3.



- במשולש שווה-שוקיים ABC ($AB = AC$), h_1 הוא הגובה לבסיס BC, ו- h_2 הוא הגובה לשוק AC. נתון: $\angle C = 58^\circ$, $h_1 + h_2 = 18$ ס"מ.
 חשבו את אורך הבסיס BC.

4.



- בטרפז שווה-שוקיים ABCD נתון: $\angle DOC = 98^\circ$. שטח הטרפז הוא 49.5 סמ"ר.
 (א) מצאו את אורך אלכסון הטרפז.
 (ב) חשבו את גובה הטרפז.

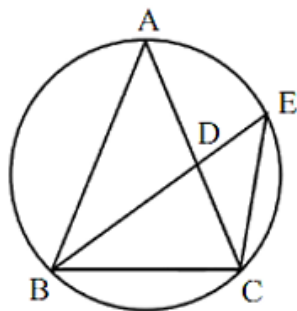
רמז 1: סמנו $DO = x$, $BO = y$

רמז 2: חשבו את $x + y$

חוברת משימות לקיץ – בוגרות ובוגרי 5 יחידות מתמטיקה כיתה י' תשפב

5.

ABC הוא משולש שווה שוקיים ($AB = AC$) החסום במעגל שרדיוסו R
 BE חוצה את זווית $\angle ABC$ וחותר את AC בנקודה D (ראו שרטוט)



נסמן זווית $\angle CBE = \alpha$

- הביעו את זוויות המשולשים $\triangle CBD$ ו- $\triangle CED$ באמצעות α
- הביעו את אורך הקטע CE באמצעות α ו- R
- הביעו את אורך הקטע CD באמצעות α ו- R

נתון נוסף (חדש): $AD = DC$

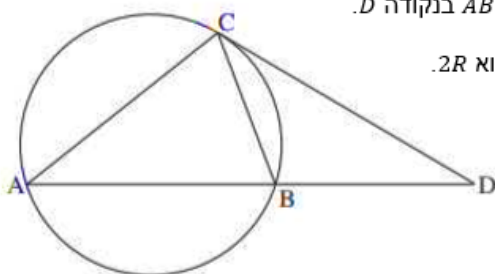
ד. הוכיחו כי BE קוטר במעגל

6.

בציור שלפניכם מתואר משולש חד זווית $\triangle ABC$ החסום במעגל שרדיוסו R .

המשיק למעגל בנקודה C חותר את המשך הקטע AB בנקודה D .

נתון כי רדיוס המעגל החוסם את משולש $\triangle ACD$ הוא $2R$.



נסמן $\angle BAC = \alpha$

- הסבירו מדוע $\angle BCD = \alpha$
- הביעו את CB ואת CD באמצעות α ו- R
- הביעו את BD באמצעות α ו- R

נתון: $\frac{CD}{BD} = \frac{3}{2}$

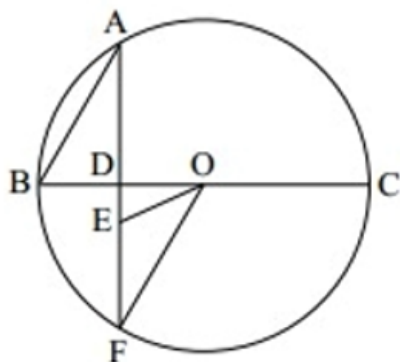
ד. חשבו את גודלה של α

7.

BC הוא קוטר במעגל שמרכזו O ורדיוסו R . הנקודות A, B, C, F על המעגל.

AF הוא מיתר המאונך לקוטר BC בנקודה D
 (המידות נתונות בסיימ)

נתון: $R = 30, AB = 35$



- חשבי את גודל הזווית $\angle ABO$
- חשבי את שטח המשולש $\triangle ABO$
- חשבי את אורך הקטע AF
- חשבי את אורך הקטע BD

נתון כי OE חוצה זווית $\angle DOF$

ה. חשבי את אורך הקטע OE

לפתרון המשוואה בסעיף א' תוכלו להיעזר בזהות זווית כפולה
 $\sin 2\alpha = 2\sin\alpha \cdot \cos\alpha$



תשובות

חלק א' – טכניקה אלגברית - תשובות

1. בכל סעיף, פתרו את אי-השוויון הנתון

$x < \frac{-1 - \sqrt{13}}{2} \approx -2.3$ או $x > \frac{-1 + \sqrt{13}}{2} \approx 1.3$	$x < -36$ או $x > 0$	$-2 < x < 11$
$-4 < x < -2$	$x < -5$ או $1 < x < \pi$	$3 < x < 4$
$x > 0$	$-5 < x < 0$ או $0 < x < 5$	$-10 < x < -3$ או $x > 0$

2. פתרו את המשוואות הבאות (משוואות עם מכנים)

$x = \frac{7}{3}, 5$	$x = 2$
$x = 0, 6$	$x = 0, 5$
$x = 7, -10$	$x = \frac{1}{16}$
$x = 0$	$x = \frac{1}{2}, 5$
$x = -1, \frac{7}{2}$	$x = 4, \frac{4}{7}$
אין פתרון	$x \neq -5$

3. פתרו את המשוואות הבאות (משוואות עם שורשים)

אין פתרון	$x = 16$	$x = 2$
$x = 2, 7$	אין פתרון	$x = 1, -2$
$x = 2$	$x = 0$	$x = 4, 16$



חלק ב' – אנליזה - תשובות

4. העזרו בתוכנת *desmos* על מנת לודא כי שרטטתם נכון את הפונקציות
5. (1) הפונקציה זוגית
- (3) העזרו בתוכנת *desmos* על מנת לודא כי שרטטתם נכון את הפונקציה
- (4) ערכי k :
- i. $k \leq -1$ או $k > 9$
- ii. $k = 9$
- iii. $-1 < x < 9$
6. (1) $p = 1$
- (2) העזרו בתוכנת *desmos* על מנת לודא כי שרטטתם נכון את הפונקציה
- (3) $m = -5$
- (4) i העזרו בתוכנת *desmos* על מנת לודא כי שרטטתם נכון את הפונקציה
- ii מינימום $(-1, 0)$
7. העזרו בתוכנת *desmos* על מנת לודא כי שרטטתם נכון את הפונקציה (ניתן להציב t חיובי כלשהו על מנת לזהות האם פתרתם נכון)

$$y = -\frac{1}{3}x + \frac{7}{3} \quad .8$$

$$y = -x + 14, \quad y = -x + 2 \quad .9$$

10. העזרו בתוכנת *desmos* על מנת לודא כי שרטטתם נכון את הפונקציות

$$b = 8 \quad (1) \quad .11$$

- (2) העזרו בתוכנת *desmos* על מנת לודא כי שרטטתם נכון את הפונקציות
- (3) אינו ישר זווית, נימוקים שונים

חלק ג' – גיאומטריה - תשובות

1. (א) $3\frac{1}{3}$ ס"מ $x =$ (ב) 3 ס"מ $x =$
2. $AE = 28$ ס"מ, $ED = 14$ ס"מ, $EF = 20$ ס"מ
3. הוכחה
4. כן
5. (א) 6 ס"מ $x =$ (ב) 12 ס"מ $x =$
- (ג) 32 ס"מ $x =$ (ד) 21 ס"מ $x =$
6. הוכחה
7. הוכחה
8. הוכחה



חוברת משימות לקיץ – בוגרות ובוגרי 5 יחידות מתמטיקה כיתה י' תשפב

9. 65° (23) 115° (22) 123° (21) 35° (20)
 50° (28) 40° (27) 76° (26) 46° (25) 38° (24)

10. הוכחה

11. הוכחה

12. $\sphericalangle AOC = \frac{2\alpha}{3}$

13. הוכחה

14. א. הוכחה

ב. כן

15.

$x = 76^\circ$ (16) $x = 118^\circ$ (15) $x = 70^\circ$ (14) $x = 20^\circ$ (13)

$x = 66^\circ$ (18) $x = 12^\circ$ (17)

16. הוכחה

17. 24 ס"מ

18.

ד. הוכחה א. $\sphericalangle AGB = 90^\circ - \alpha, \sphericalangle ABG = 90^\circ - \alpha, \sphericalangle BAG = 2\alpha$ ב. הוכחה ג. $\frac{7}{\sqrt{3}}$

חלק ד' – טריגונומטריה – תשובות

1. $\frac{r^2}{\operatorname{tg} \frac{\alpha}{2}}$ (א) (ב) 6.033 ס"מ $\approx r$

2. $BD = 7.7$ ס"מ (א) (ב) $S = 21.55$ סמ"ר

3. $BC = 10.92$ ס"מ

4. (א) 10 ס"מ \approx (ב) 6.56 ס"מ.

5. $2R \sin \alpha$ (ב) $\alpha, 3\alpha, 180 - 4\alpha$; $\alpha, 2\alpha, 180 - 3\alpha$ (א)

(ג) $\frac{2R \cdot \sin \alpha \cdot \sin 4\alpha}{\sin 3\alpha}$



חוברת משימות לקיץ – בוגרות ובוגרי 5 יחידות מתמטיקה כיתה י' תשפב

$$CD = 4R \sin \alpha, \quad CB = 2R \sin \alpha \quad (\text{ב}) \quad .6$$

$$BD = 2R \sin \alpha \sqrt{5 - 4 \cos \alpha} \quad (\text{ג})$$

$$\alpha = 36.34^\circ \quad (\text{ד})$$

$$.7 \quad (\text{א}) \quad 54.32^\circ \quad (\text{ב}) \quad 426.42 \text{ סמ"ר} \quad (\text{ג}) \quad 56.86 \text{ ס"מ} \quad (\text{ד}) \quad 20.42^\circ \quad (\text{ה}) \quad 11.8 \text{ ס"מ}$$