

## עבודת קיץ לקראת כיתה י' 5 יח"ל

תלמידים יקרים,

מצורפת עבודה המסכמת את החומרים שנלמדו בכיתה ט' בקבוצת א1 בתשפ"ג.

מומלץ להכין את העבודה בתחילת החופש, כאשר הנושאים שנלמדו עדיין זכורים היטב.

לקראת סוף החופש, כדאי לחזור שוב ולהיזכר.

את העבודה יש להגיש בתחילת כיתה י', בתחילת שנה"ל הבאה. יינתן ציון על הגשה.

**במהלך השבועיים הראשונים ייערך מבחן שיכלול תרגילים מתוך העבודה (ייתכנו שינויי מספרים) או תרגילים הדומים לתרגילים בעבודה.**

בהצלחה וחופשה מהנה!

רון גבי ועדי 😊

### טכניקה אלגברית

1. צמצום שברים אלגבריים - צמצמו את הביטויים הבאים באמצעות פירוק לגורמים (הוצאת גורם משותף, נוסחאות כפל מקוצר וטרינום).

א.  $\frac{m^2+m}{m^2-1} =$

ב.  $\frac{k^2+4k+4}{3k+6} =$

ג.  $\frac{2b^2-72}{b^2-7b+6} =$

ד.  $\frac{m^2+8m-20}{m^2-4m+4} =$

ה.  $\frac{a^3-a}{a^2-2a+1} =$

ו.  $\frac{k^3-6k^2-16k}{k^3-4k} =$

ז.  $\frac{(a^2+2a)(a-1)}{(a-2)(a^2+a-2)} =$

## פתרונות:

$$\frac{a}{a-2} \text{ (ז)} \quad \frac{k-8}{k-2} \text{ (י)} \quad \frac{a(a+1)}{a-1} \text{ (ה)} \quad \frac{m+10}{m-2} \text{ (ט)} \quad \frac{2(b+6)}{b-1} \text{ (ג)} \quad \frac{k+2}{3} \text{ (ב)} \quad \frac{m}{m-1} \text{ (א)}$$

2. כפל וחילוק שברים אלגבריים - כפלו וחלקו את השברים הבאים, וצמצמו ככל שניתן.  
זכרו לכתוב תחום הצבה.

$$\text{א. } \frac{p^2-4}{p+2} \cdot \frac{p+3}{p-2} =$$

$$\text{ב. } \frac{4-m^2}{m^2+3m+2} \cdot \frac{m+1}{m^2-4m+4} =$$

$$\text{ג. } \frac{p^2-2p-3}{p^2+3p-18} \cdot \frac{p^2+11p+30}{p^2+6p+5} =$$

$$\text{ד. } \frac{a^3+a^2-2a}{a^2-1} \cdot \frac{5a+5}{a^2+4a+4} =$$

$$\text{ה. } \frac{a}{a^2+2a} : \frac{a}{3a+6} =$$

$$\text{ו. } \frac{6a+2}{2a-6} : \frac{1}{5a-15} =$$

$$\text{ז. } \frac{a^3-9a}{a^2+7a+12} : \frac{a^2-6a+9}{4a+16} =$$

## פתרונות:

$$\frac{4a}{a-3} \text{ (ז)} \quad 15a + 5 \text{ (י)} \quad \frac{3}{a} \text{ (ה)} \quad \frac{5a}{a+2} \text{ (ט)} \quad 1 \text{ (ג)} \quad -\frac{1}{m-2} \text{ (ב)} \quad p + 3 \text{ (א)}$$

3. פתרון משוואות ריבועיות - פתרו את המשוואות הריבועיות בדרך היעילה ביותר.  
זכרו לכתוב תחום הצבה. פתרו לפחות 8 משוואות.

$$\text{א. } x^2 - 11x - 42 = 0$$

$$\text{ב. } 2x^2 - 7x + 3 = 0$$

$$\text{ג. } 3(x-4)(x-3) = x^2 - 9$$

$$\text{ד. } (2x-1)(x-5) = (3x+4)(2-x) - 11$$

$$\text{ה. } x(2x-1) - 3(x-5) = (3x-1)(2+x) - 5$$

$$\text{ו. } \frac{3}{x+3} + \frac{2}{x+2} = 2$$

$$\text{ז. } \frac{3}{x+3} + \frac{4}{x-2} = \frac{6}{(x+3)(x-2)}$$

$$\text{ח. } \frac{8}{x^2-25} + \frac{2x+2}{x+5} = \frac{x-4}{x-5}$$

$$\text{ט. } \frac{x}{2x-8} + \frac{32}{16-x^2} = \frac{4}{3x+12}$$

$$\text{י. } \frac{2-x}{x^2+8x+16} + \frac{13-x}{3x+12} = 1$$

$$\text{יא. } \frac{x+3}{3x+3} + \frac{x+2}{2x+2} = \frac{2}{x^2+2x+1}$$

$$\text{יב. } \frac{6}{x+4} = \frac{x}{x+2} + \frac{9}{x^2+6x+8}$$

$$\text{יג. } \frac{1}{x+2} + \frac{3x+5}{x^2-x-6} + \frac{2x+4}{x^2-3x} + \frac{1}{x^2+2x} = 0$$

$$\text{יד. } \frac{4}{x^2-3x+2} + \frac{1}{x^2-5x+6} = \frac{2}{x^2-4x+3}$$

$$\text{טו. } \frac{x+11}{x^2-9} - \frac{2x-6}{x^2-6x+9} = \frac{x^2-2x-15}{x^2+6x+9}$$

$$\text{טז. } \frac{x^2+2x}{x^2+3x} + \frac{x^2-3x}{x^2-6x+9} = \frac{6}{x^2-9}$$

### פתרונות:

(א) -3,14 (ב) 0.5,3 (ג) 3,7.5 (ד) 1,1.6 (ה) 2, -11 (ו) 0, -2.5 (ז) 0 (ח) 3,6 (ט)  $-8,6\frac{2}{3}$  (י)  $-5, \frac{1}{2}$  (יא) 0, -3.4 (יב) -1,3 (יג)  $-1, -\frac{5}{6}$  (יד) אין פתרונות (טו) 5,2 (טז) 2

### 4. אי-שוויונות ריבועיים - פתרו את אי-השוויונות הבאים.

תזכורת לשלבי פתרון אי שוויון ריבועי – לפתור כמושוואה (למצוא נק' אפס), לשרטט את הפרבולה, לבדוק מה שאלו (חיובית / שלילית) ולענות תשובה.

$$5x^2 - (2x+2)^2 > 52 - 8(x-1)^2$$

$$19 - 2(x-3)^2 < x^2 - 2(2+x)$$

$$(3x-8)^2 - (3+x)^2 \geq 1+3x$$

### פתרונות:

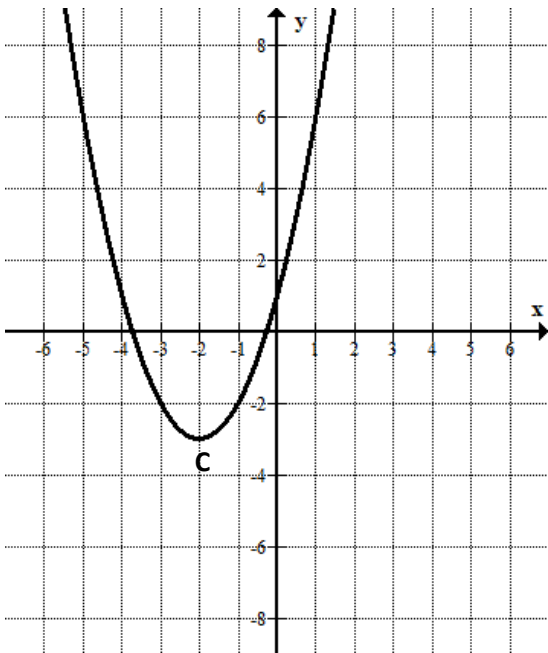
$$x > 4, x < -\frac{4}{3} \quad (\text{א})$$

$$x > 5, x < -\frac{1}{3} \quad (\text{ב})$$

$$x \geq 6, x \leq 1\frac{1}{8} \quad (\text{ג})$$

## פונקציות

5. נתון שרטוט של גרף הפונקציה  $f(x) = (x + 2)^2 - 3$



קודקוד הפרבולה נמצא בנקודה C.

א. מצאו את שיעורי קודקוד הפרבולה.

נתונה פונקציה  $g(x) = f(x) + 3$ .

ב. חשבו  $f(1)$ ,  $g(1)$ .

ג. רשמו את שיעורי נקודת המינימום של

הפונקציה  $g(x)$ .

ד. רשמו לאילו ערכים של  $x$   $g(x) > 0$ .

ה. הפונקציה  $g(x)$  חותכת את ציר ה-y בנקודה A.

הפונקציה  $f(x)$  חותכת את ציר ה-y בנקודה B.

ה1. מצאו את משוואת הישר העובר דרך הנקודות C, B.

ה2. חשבו את שטח משולש ABC.

6. נתונה פונקציה  $f(x)$  המוגדרת בתחום

לפונקציה יש קיצון בנקודות  $(1, 6)$  ו- $(4, 0)$

הפונקציה יורדת בתחום  $1 < x < 4$  ועולה בתחום  $0 < x < 1$  או  $x > 4$ .

1. קבעו את סוג הקיצון בנקודה  $(1, 6)$  ובנקודה  $(4, 0)$ .

2. נתון גם כי  $f(0) = 0$ . סרטטו סקיצה אפשרית של גרף הפונקציה.

3. כמה פתרונות למשוואה  $f(x) = -4$ ? נמקו.

4. נתונה הפונקציה  $g(x) = f(x) - n$ .

מה צריך להיות ערכו של  $n$  כדי שלמשוואה  $g(x) = 0$  יהיו 3 פתרונות?

נמקו.

7. גרף הפונקציה  $h(x)$  נוצר על ידי הזזת הפונקציה  $f(x) = x^2$

נקודות האפס של הפונקציה (נקודות חיתוך עם ציר ה-x) הן  $(2, 0)$  ו- $(8, 0)$

קדקוד הפרבולה  $h(x)$  מונח על הישר  $y = -9$ .

a. מהם שיעורי הקדקוד של הפרבולה  $h(x)$ ?

b. רשמו את משוואת הפרבולה  $h(x)$ .

c. שרטטו את גרף הפונקציה  $h(x)$ .

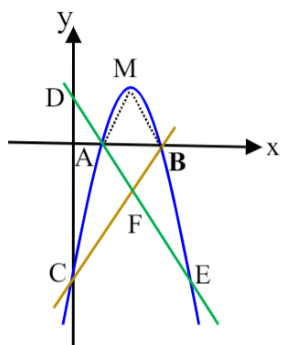
d. מצאו את תחומי העלייה והירידה של הפונקציה  $h(x)$ .

e. מצאו את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.

f. בכמה יחידות יש להזיז את הפרבולה  $h(x)$  כלפי מעלה, כדי שתתקבל

פרבולה שיש לה נקודת אפס אחת? מהם שיעורי נקודת האפס הזו?

.8



נתונה הפונקציה  $y = -2x^2 + bx + c$ . גרף הפונקציה חותך את ציר x בנקודות A ו-B (מימין ל-A). ראה ציור). אורך הקטע AB הוא 4. הנקודה M היא קדקוד הפרבולה.

א. מצא את שיעורי הנקודה B.

ב. מצא את b ו-c.

ג. מצא את שיעורי הנקודות M ו-C.

ד. מצא את משוואת הישר BC.

ה. הישרים BC ו-AE (נמצאת על הפרבולה) נחתכים בנקודה F הנמצאת על ציר הסימטריה של הפרבולה.

1) מצא את שיעורי הנקודה F.

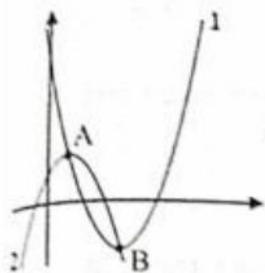
2) מצא את שיעורי הנקודה E.

ו. חשב את שטח המשולש DFC.

תשובות: א. B(6;0) ב.  $b = 16, c = -24$  ג.  $M(4;8), C(0;-24)$  ד.  $y = 4x - 24$

ה. 1) F(4;-8) 2) E(8;-24) ו. 64

.9



נתונים הגרפים של הפונקציות:  $f(x) = x^2 - 8x + 14$ ,  $g(x) = -(x-2)^2 + 2$ .

א. קבעו איזה מהגרפים מתאים לכל אחת מהפונקציות.

ב. מצאו את שיעורי הנקודות A ו-B, בהן נחתכות הפרבולות, כמתואר בשרטוט.

ג. מצאו את משוואת הישר AB.

ד. פתרו את אי השוויון:  $x^2 - 8x + 14 < -(x-2)^2 + 2$ .

ה. עבור כל אחד מההיגדים הבאים הקיפו בעיגול אם הוא נכון או לא נכון:

1. הישר  $y = 1$  חותך כל אחת מהפונקציות בשתי נקודות נכון / לא נכון

2. המרחק בין צירי הסימטריה של הפרבולות הוא 2 יח' אורך נכון / לא נכון

### תשובות:

א. גרף 1:  $f(x)$  גרף 2:  $g(x)$  ב. A(2,2), B(4,-2) ג.  $y = -2x + 6$  ד.  $2 < x < 4$

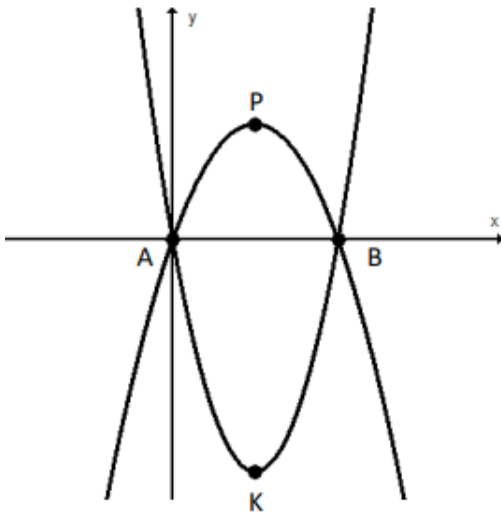
ה. 1) נכון. 2) נכון.

10. משורטטים הגרפים של הפונקציות

$$f(x) = 2(x - 2)^2 - 8$$

$$g(x) = -x^2 + 4x$$

הנקודות P, K הן הקדקודים של הפרבולות.



א. חשבו את שיעורי הנקודות: A, B, הציגו דרך חישוב.

ב. חשבו את המרחק בין P ל-K. הציגו דרך חישוב.

ג. לפניכם מספר טענות. ענו "נכון" / "לא נכון" לכל אחת מהטענות:

טענה	נכון	לא נכון
$f(-2) = 8$		
המרובע שקדקודיו הם הנקודות A, P, B, K הוא דלתון		
קיים תחום בו $f(x) > g(x)$		
קיימת פונקציה קווית קבועה שאינה חותכת אף אחד מהגרפים		

ד. השלימו:

i.  $m(x) = 2(x - 2)^2 + 6$  היא הזזה אנכית של  $f(x)$  ב- \_\_\_\_\_ יחידות.

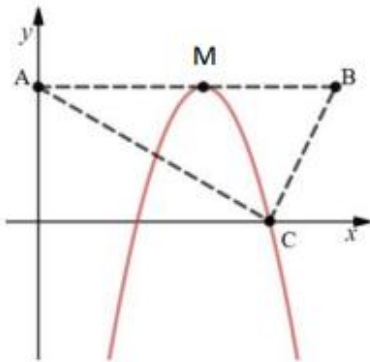
ii.  $t(x) = -(x - 6)^2 + 4$  היא הזזה אופקית של  $g(x)$  ב- \_\_\_\_\_ יחידות.

ה. כתבו את משוואת הפונקציה הקווית העוברת דרך A ו-P. הציגו דרך פתרון.

נתונה הפונקציה:  $f(x) = -x^2 + 10x - 21$ .

נתון שהקטע AB מקביל לציר ה-X ועובר דרך קדקוד

הפרבולה M.



א. מצאו את המשוואה של הישר עליו מונח הקטע AB.

ב. מצאו את שיעורי הנקודה C (נק' החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-X).

ג. אורך הקטע AB הוא 9 יחידות. מצאו את שיעורי הנק' B ואת שטח המשולש ABC.

ד. לפניכם מספר טענות. הקיפו "נכון"/"לא נכון" לכל אחת מהטענות ונמקו בחירתכם.

(1)  $f(-2) = -37$ . נכון/לא נכון. נימוק:

(2) נקודת החיתוך של הפונקציה עם ציר ה-Y היא  $(0, -21)$ . נכון/לא נכון. נימוק:

(3) הייצוג הקודקודי של הפונקציה הוא:  $f(x) = -(x + 5)^2 + 4$ . נכון/לא נכון. נימוק:

(4) לפונקציה  $g(x) = f(x) - 4$  אין תחומי חיוביות. נכון/לא נכון. נימוק:

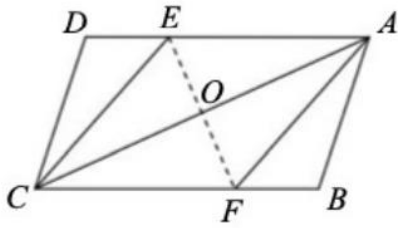
(5) קיימת פונקציה קווית קבועה שחותכת את הפונקציה  $f(x)$  בשתי נקודות. נכון/לא נכון. נימוק:

ה. נתון הישר  $y = 3x - 15$ . מצאו את נק' החיתוך של הישר עם הפרבולה.

ו. נתונה הפונקציה:  $k(x) = f(x + 5)$ . שרטטו את הפונקציה במערכת הצירים הנתונה.

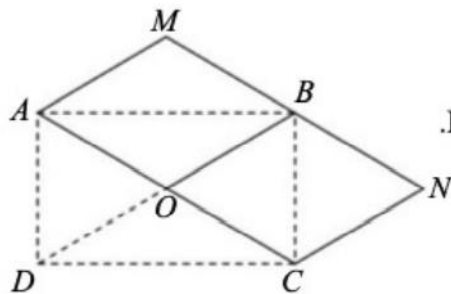
גיאומטריה

.12



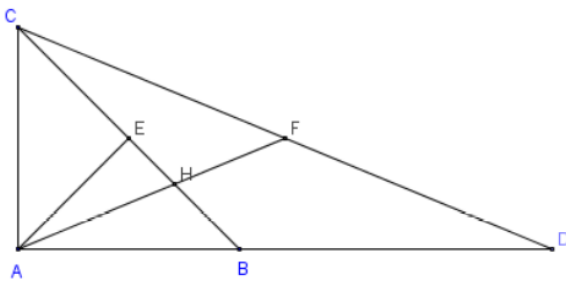
הנקודות E ו-F נמצאות על צלעות המקבילית ABCD  
 כך שמתקיים:  $\angle BCE = 2 \cdot \angle DCE$ ,  $\angle DAF = 2 \cdot \angle BAF$   
 הקטע EF והאלכסון AC נחתכים בנקודה O.  
 א. הוכח:  $OE = OF$ .  
 ב. נתון:  $\angle AEO = \angle AFO$ . הוכח: AECF מעוין.  
 ג. נתון: 6 ס"מ  $EF$ , 5 ס"מ  $AE$ . חשב את אורך AC.

.13



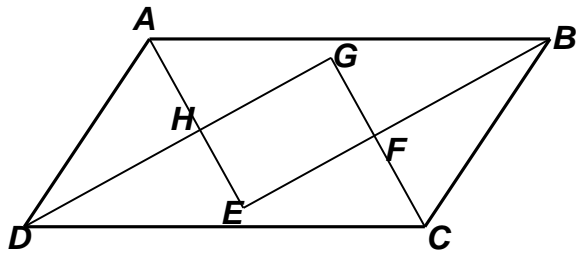
המקבילית AMNC מורכבת מהמעוינים AMBO ו-CNBO.  
 א. הוכח:  $AB \perp BC$ .  
 ב. המשיכו את הישר BO עד הנקודה D כך שמתקיים:  $BO = DO$ .  
 הוכח: המרובע ABCD הוא מלבן.

.14

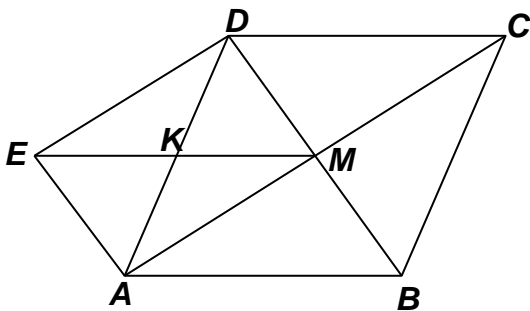


ACD משולש ישר זווית.  $\angle A = 90^\circ$ .  
 AF תיכון ליתר DC  
 AE תיכון ליתר CB  
 $AC = AB$ ,  $CB = BD$   
 הוכיחו:  
 א.  $EF \parallel AD$   
 ב.  $BF \perp CD$   
 ג. AH חוצה זווית EAB

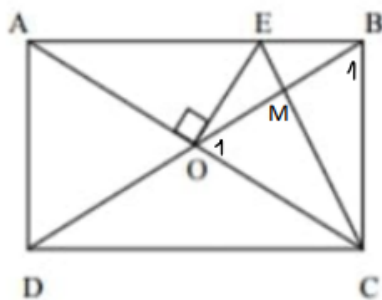




15. המרובע  $ABCD$  הוא מקבילית.  $AE$ ,  $BF$ ,  $CG$  ו- $DH$  חוצים את הזווית הפנימיות של המקבילית. הוכיחו: המרובע  $EFGH$  הוא מלבן.



16.  $M$  היא נקודת מפגש האלכסונים במעוין  $ABCD$ . נתון:  $AE \parallel BD$  ו-  $ED \parallel AC$ .  
 א. הוכח מרובע  $MAED$  הוא מלבן.  
 ב. הוכח  $AB = 2MK$ .  
 ( $K$  היא נקודת מפגש האלכסונים  $AD$  ו-  $EM$ )



17.

במלבן  $ABCD$  נתון:  
 $AC$  מאונך ל-  $OE$ .  
 $OE = BE$ .

א. הוכיחו: משולש  $AEC$  שווה שוקיים.  
 ב. אילו זוויות בשרטוט שוות לזווית  $\angle EOB$ ?  
 ג. הוכיחו: זווית  $B_1$  שווה לזווית  $O_1$ .  
 ד. הסבירו מדוע משולש  $BOC$  שווה צלעות.  
 ה. הוכיחו:  $OB$  מאונך ל-  $EC$ .