

עבודת קיץ למסיימי כיתה י' 4 יח"ל, 2023

תלמידים יקרים,

אנו מציידים אתכם בעבודת קיץ במתמטיקה לחזרה ולריענון בנושאים השונים שנלמדו השנה.

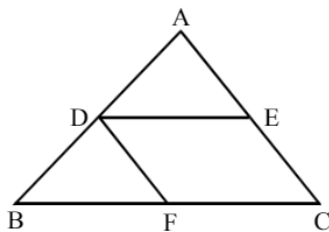
אנו ממליצים לפתור את העבודה בתחילת החופשה, כאשר הנושאים שנלמדו עדיין זכורים היטב. לקראת סיום החופשה, כדאי לחזור שוב ולהיזכר.

בתחילת שנה"ל הבאה (כיתה י"א) יש להגיש את העבודה. במהלך השבועיים הראשונים ייערך מבחן שיכלול את הנושאים המופיעים בעבודה. אנו מקווים שתדעו לנצל את החופשה היטב.

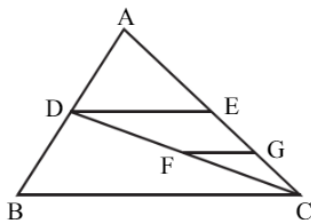
בברכת חופשה נעימה ☺

גיאומטריה במישור

ענו על ארבע מבין השאלות 1-5.

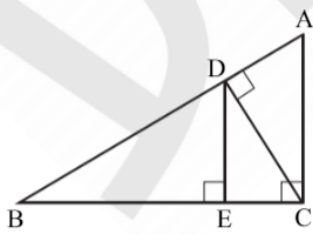


1. במשולש ABC הנקודות D, E ו-F הן בהתאמה אמצעי הצלעות AB, AC ו-BC. א. הוכח: $\triangle ADE \cong \triangle DBF$. ב. הוכח: המרובע DECF הוא מקבילית.



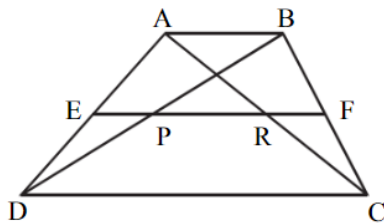
2. DE הוא קטע אמצעים במשולש ABC. GF הוא קטע אמצעים במשולש DEC. א. נתון: $BC = 12$ ס"מ. חשב את אורך הקטע GF. ב. הוכח: $AC = 4GE$. תשובה: א. 3 ס"מ.

3.



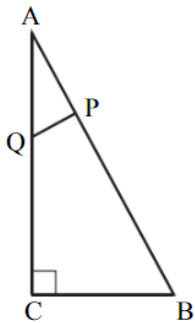
המשולש ABC הוא ישר-זווית ($AC \perp BC$).
 נתון: $\angle A = 60^\circ$, $DE \perp BC$, $CD \perp AB$,
 $AC = 16$ ס"מ.
 חשב את אורך הקטע DE.
תשובה: 12 ס"מ.

4.



EF הוא קטע אמצעים בטרפז ABCD.
 EF חותך את האלכסונים AC ו-BD
 בנקודות R ו-P בהתאמה.
 א. הוכח: $EP = RF$.
 ב. הוכח: $PR = \frac{DC - AB}{2}$.

5.



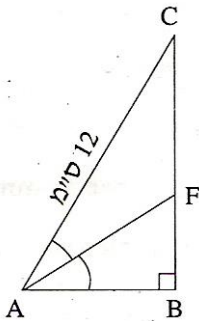
המשולש ABC הוא ישר-זווית ($\angle C = 90^\circ$).
 נתון: $PQ \perp AB$.
 א. הוכח: $\triangle APQ \sim \triangle ACB$.
 ב. נתון: $AC = 21$ ס"מ, $PQ = 4$ ס"מ,
 $CB = 12$ ס"מ. חשב את אורך הקטע AP.
תשובה: ב. 7 ס"מ.

טריגונומטריה במישור

1.

במשולש ישר-זווית ABC ($\angle ABC = 90^\circ$), AF הוא חוצה-זווית BAC .

נתון: $\angle BAC = 54^\circ$, $AC = 12$ ס"מ (ראו סרטוט).



- חשבו את אורך הניצב AB .
- חשבו את אורך הקטע BF .
- חשבו את אורך הקטע FC .
- חשבו את אורך חוצה-זווית AF .
- חשבו את השטח של המשולש CFA .

2.

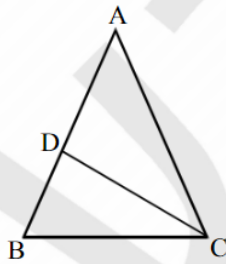
המשולש ABC הוא שווה-שוקיים ($AB = AC$).

CD חוצה את זווית הבסיס (ראה ציור).

נתון: $BC = 27$ ס"מ, $\angle BAC = 44^\circ$.

א. חשב את אורכו של CD .

ב. חשב את היקף המשולש ADC .



תשובה: א. 25.59 ס"מ. ב. 82.23 ס"מ.

הנחיה: תחילה, חשבו את אורך השוק.

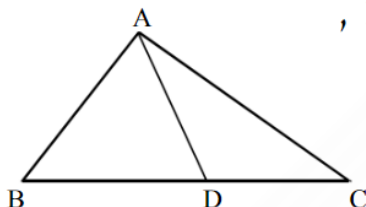
3.

בציור שלפניך נתון: $AC = 7$ ס"מ, $DC = 4$ ס"מ,

$\angle BAD = 61^\circ$, $\angle ADC = 110^\circ$.

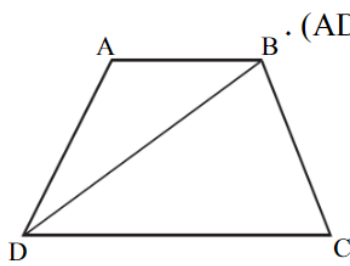
א. חשב את גודל הזווית C .

ב. חשב את אורך הקטע BD .



תשובה: א. 37.52° . ב. 5.258 ס"מ.

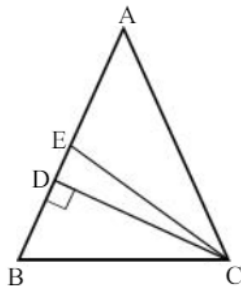
4.



ABCD הוא טרפז שווה-שוקיים ($AD = BC, AB \parallel DC$).
 אורך האלכסון BD הוא 7 ס"מ והוא
 יוצר זווית בת 42° עם הבסיס AB
 וזווית בת 72° עם השוק BC.
 חשב את שטח המשולש ABD.

תשובה: 7.299 סמ"ר.

5.



ABC הוא משולש שווה-שוקיים ($AB = AC$).
 CD הוא הגובה לשוק AB,
 CE הוא תיכון לשוק AB.
 נתון: $BC = 12$ ס"מ, $\angle ABC = 64^\circ$.
 חשב את אורך הקטע DE.

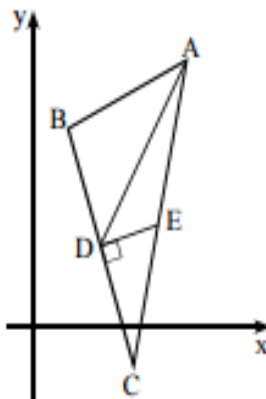
תשובה: 1.583 ס"מ.

הנחיה: תחילה, חשבו את אורך השוק.

גיאומטריה אנליטית

1. במשולש ABC משוואת הצלע BC היא $y = \frac{1}{4}x + \frac{11}{4}$. נתון: $A(-1;11)$.
AD הוא הגובה לצלע BC. מצא את שיעורי הנקודה D.
תשובה: (1;3).

2. במשולש ABC משוואת הגובה לצלע AB היא $y = 2x - 5$ ומשוואת הגובה לצלע AC היא $3y - x = 0$.
אחד מקדקודי המשולש הוא בנקודה (13;-9).
א. איזה מקדקודי המשולש הוא בנקודה (13;-9)?
ב. מצא את שני הקדקודים האחרים של המשולש.
תשובה: א. A. ב. $B(-3;-1)$, $C(7;9)$.

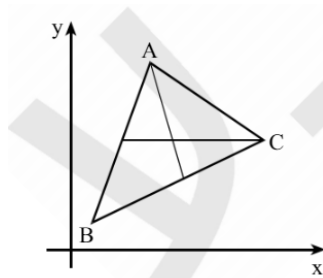


3. במשולש ABC DE הוא אנך אמצעי לצלע BC.
משוואת התיכון AD היא $y = \frac{5}{3}x - \frac{4}{3}$.
משוואת DE היא $y = \frac{1}{3}x + \frac{4}{3}$.
משוואת הצלע AB היא $y = \frac{1}{2}x + \frac{9}{2}$.
מצא את שיעורי הקדקודים A, B ו-C.
תשובה: $A(5;7)$, $B(1;5)$, $C(3;-1)$.

4. קדקודי המרובע ABCD הם: $A(8;6)$, $B(12;4)$, $C(11;1)$, $D(5;4)$.
א. הוכח שהמרובע הוא טרפז.
ב. חשב את אורך הגובה היורד מקדקוד A לצלע DC.
ג. חשב את שטח הטרפז.

תשובה: ב. $\sqrt{9.8}$. ג. 17.5.

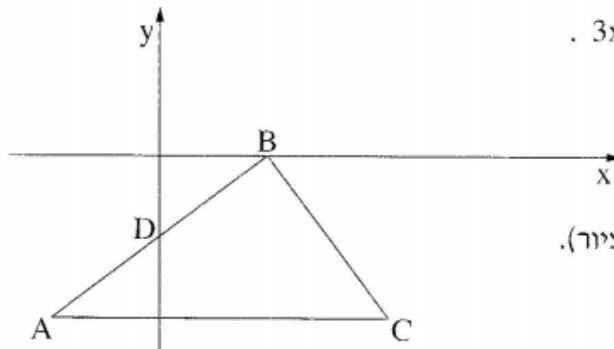
5.



- קדקודי משולש הם: $A(7;14)$, $B(1;2)$, $C(19;8)$.
- מצא את משוואת התיכון לצלע AB.
 - מצא את משוואת התיכון לצלע BC.
 - מצא את נקודת החיתוך בין שני התיכונים שמצאת בסעיפים א' ו-ב'.

תשובה: א. $y = 8$. ב. $y = -3x + 35$. ג. $(9; 8)$.

6.



- נתון משולש ישר-זווית שבו $\angle ABC = 90^\circ$.
- הצלע AB מונחת על הישר $3x - 4y = 12$.
- הישר חותך את ציר ה- x בנקודה B ואת ציר ה- y בנקודה D.
- הצלע AC מקבילה לציר ה- x .
- הנקודה D היא אמצע הצלע AB (ראה ציור).
- מצא את משוואת הצלע AC.
 - מצא את השיעורים של הנקודה C.
 - נתון כי המרובע BACF הוא מקבילית ($BF \parallel AC$, $AB \parallel CF$).
 - מצא את השיעורים של הנקודה F.
 - מצא את השטח של המקבילית BACF.

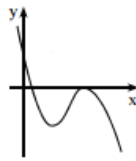
תשובות:

א. $y = -6$. ב. $(8.5, -6)$. ג. $(16.5, 0)$. ד. 75 יח"ר

חשבון דיפרנציאלי

1. נתונה הפונקציה $f(x) = -x^3 + 15x^2 - 63x + 49$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, תחומי עלייה וירידה, נקודת חיתוך עם ציר ה- y .
 ב. הראה שאחת מנקודות החיתוך של הפונקציה עם ציר ה- x היא $(1;0)$.
 ג. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ד. כמה נקודות משותפות יש לגרף הפונקציה ולציר ה- x ?

תשובות:



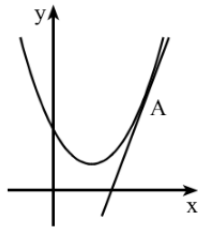
- א. תחום הגדרה: כל x .
 נקודות קיצון: $(3; -32)$ מינימום, $(7; 0)$ מקסימום.
 עלייה: $3 < x < 7$; ירידה: $x < 3$ או $x > 7$.
 נקודת חיתוך: $(0; 49)$.
 ד. בשתי נקודות.

2.

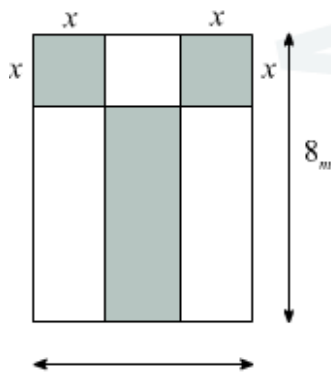
- נתונה הפונקציה $y = x^4 - 4x^2$.
 א. חקור את הפונקציה ומצא: תחום הגדרה, נקודות קיצון, נקודות חיתוך עם הצירים.
 ב. מצא את תחומי החיוביות והשליליות של הפונקציה.
 ג. מצא לאילו ערכים של k , הפונקציה חותכת את הישר $y = k$:
 (1) ב-4 נקודות. (2) ב-3 נקודות. (3) ב-2 נקודות. (4) באף נקודה.

תשובות:

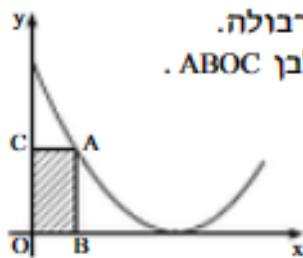
- א. תחום הגדרה: כל x . נקודות קיצון: $(\sqrt{2}; -4)$ מינימום, $(0; 0)$ מקסימום, $(-\sqrt{2}; -4)$ מינימום. נקודות חיתוך: $(-2; 0)$, $(0; 0)$, $(2; 0)$.
 ב. חיוביות: $x > 2$ או $x < -2$, שליליות: $-2 < x < 2$, $x \neq 0$.
 ג. (1) $-4 < k < 0$ (2) $k = 0$ (3) $k > 0$ או $k = -4$ (4) $k < -4$.



3. לפניך גרף הפונקציה $y = x^2 - 4x + 5$. הנקודה A נמצאת על הגרף ברביע הראשון ושיעור ה-y שלה הוא 10. א. מצא את שיעורי הנקודה A. ב. בנקודה A מעבירים לפונקציה משיק. מצא את משוואת המשיק.
- תשובה:** א. (5;10). ב. $y = 6x - 20$.



4. שאלות מינימום מקסימום - פולינום
- באולם יש חלון מלבני גדול, שמידותיו הם 8 מטר ו 6 מטר. רוצים להרכיב בחלון זכוכית משני סוגים: בשטחים האפורים שבציור זכוכית צבעונית שמחירה 60 שקלים למ"ר ובשטחים הלבנים שבציור זכוכית שקופה, שמחירה 20 שקלים למ"ר.
- א. מה צריך להיות גודלו של x (ראה ציור) כדי שהמחיר הכולל של הזכוכית בחלון יהיה מינימלי?
- ב. מהו המחיר הכולל המינימלי שיש לשלם עבור הזכוכית בחלון?



5. נקודה A נמצאת על גרף הפרבולה $y = x^2 - 6x + 9$ ברביע הראשון בתחום שבין ציר ה-y לקדקוד הפרבולה. מנקודה זו מורידים אנכים לצירים, כך שנוצר מלבן ABOC. א. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A, כדי ששטח המלבן יהיה מקסימלי? ב. מה צריכים להיות שיעורי הנקודה A, כדי שהיקף המלבן יהיה מינימלי?
- תשובה:** א. (1;4). ב. (2.5;0.25).

6. גזור את הפונקציות הבאות

12. $y = (x+1)\sqrt{x}$

11. $y = 3x^2\sqrt{6-x}$

10. $y = x^2\sqrt{10-2x}$

תשובות :

10. $\frac{20x-5x^2}{\sqrt{10-2x}}$ 11. $\frac{72x-15x^2}{2\sqrt{6-x}}$ 12. $\frac{3x+1}{2\sqrt{x}}$

7.

נתונה הפונקציה $y = 2\sqrt{x+3} - x$. מצא עבור פונקציה זו :
 א. תחום הגדרה. ב. נקודות קיצון. ג. נקודות חיתוך עם הצירים.
 ד. שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 ה. מצא לאילו ערכים של k חותך הישר $y = k$ את גרף הפונקציה :
 (1) באף נקודה. (2) בנקודה אחת. (3) בשתי נקודות.

תשובות :

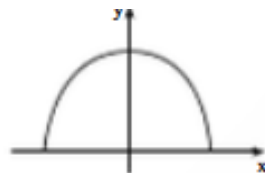


- א. $x \geq -3$
 ב. מקסימום $(-2; 4)$, מינימום $(-3; 3)$.
 ג. $(0; 2\sqrt{3})$, $(6; 0)$.
 ה. (1) $k > 4$. (2) $k = 4$ או $k < 3$. (3) $3 \leq k < 4$.

8.

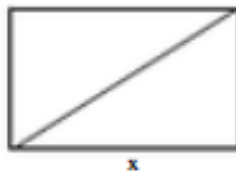
- נתונה הפונקציה $f(x) = \sqrt{9-x^2}$. מצא עבור פונקציה זו:
- תחום הגדרה.
 - נקודות קיצון (כולל בקצוות).
 - נקודות חיתוך עם הצירים.
 - הוכח: הפונקציה $f(x)$ היא פונקציה זוגית.
 - שרטט סקיצה של גרף הפונקציה.
 - הפונקציה $g(x)$ מקיימת: $g(x) = f'(x)$.
- באיזו נקודה חותך הגרף של הפונקציה $g(x)$ את ציר ה- x ?

תשובות:



- $-3 \leq x \leq 3$.
- $(0;3)$ מקסימום, $(3;0)$ מינימום.
- $(-3;0)$ מינימום.
- $(-3;0)$, $(3;0)$, $(0;3)$.
- $(0;0)$.

9. שאלת מינימום מקסימום עם פונקציית שורש



- בציור מתואר מלבן שבו סכום אחת הצלעות והאלכסון הוא 12 ס"מ. נסמן ב- x את אורכה של הצלע הנ"ל.
- הבע באמצעות x את אורך הצלע הסמוכה לה.
 - מצא מה צריכים להיות אורכי צלעותיו של המלבן כדי ששטחו יהיה מקסימלי.
 - מהו שטח המלבן המקסימלי?

תשובה: א. $\sqrt{144-24x}$. ב. 4 ס"מ, $\sqrt{48}$ ס"מ. ג. $4\sqrt{48}$ סמ"ר.

בהצלחה!

צוות מתמטיקה עמקים-תבור